



***Facultad  
de  
Ciencias***

**Topología de campo magnético y flujos  
radiales de partículas en la máquina lineal  
de plasma de Santander**

**(Magnetic field topology and radial particle  
fluxes in the Santander linear plasma  
machine)**

**Trabajo de Fin de Grado  
para acceder al**

**GRADO EN FÍSICA**

**Autor: Miguel Ángel Hoyo Abascal**

**Director: José Ángel Mier Maza**

**Co-Director: Omar Fernando Castellanos Ballesteros**

**Junio - 2021**

# Agradecimientos

En primer lugar, me gustaría agradecer el apoyo y tutela en estos meses de trabajo a José Ángel Mier Maza, mi director, y a Omar Castellanos Ballesteros, mi co-director en este trabajo, sin ellos no hubiese sido posible realizarlo. Quiero agradecer sus consejos y los medios que me han facilitado para llevarlo a cabo.

Quiero agradecer a todos los profesores de la Facultad de Ciencias que han contribuido a mi formación, en especial al profesor José María Senties por desarrollar todo el dispositivo experimental sobre el que se basa este trabajo, sin su inestimable esfuerzo no hubiese sido posible.

También quiero agradecer a mis compañeros de carrera el apoyo y los buenos momentos compartidos durante estos años.

Por último, agradecer a mi familia el apoyo constante e incondicional durante toda mi formación.

# Resumen

Se ha realizado una caracterización de la máquina lineal de plasma de Santander (SLPM) obteniendo una descripción de su campo magnético en cada punto con un posterior análisis del plasma que genera en busca de correlaciones a largo plazo en el flujo de partículas que muestre un comportamiento no difusivo. En la primera parte se introduce la definición de plasma así como una descripción de sus magnitudes características y la problemática asociada a su confinamiento en los reactores de fusión actuales. Se da una breve explicación de todos los componentes y sistemas de los que consta la SLPM para la generación de plasma, así como de los distintos métodos de diagnosis de los que dispone. Se da una breve descripción de las bases teóricas sobre las que se asienta el modelo numérico de las integrales elípticas, con las que se halla la topología del campo magnético, así como distintos resultados experimentales y su comparación con los valores numéricos para concluir que el campo es uniforme y su dirección es la del eje axial de la máquina. Por último, se han analizado los datos de flujo recabados por sondas de Langmuir para distintos radios en busca de correlaciones a largo plazo, encontrando que la dinámica del plasma es difusiva.

**Palabras clave:** Plasma, SLPM, campo magnético, integrales elípticas, flujo, correlación a largo plazo, autocorrelación, exponente de Hurst, espectro de potencias

# Abstract

A characterization of the Santander linear plasma machine (SLPM) has been carried out obtaining a description of its magnetic field at each point and with a subsequent analysis of the generated plasma looking for particle flux long-term correlations which shows a non-diffusive behaviour. First part introduces the plasma definition as well as a description of its characteristic magnitudes and the difficulties to carry out its confinement in current fusion reactors. A brief explanation about the components and diagnosis systems which compose the SLPM to perform plasma is exposed. A brief description of the theoretical axis of the elliptic integrals numerical method is given with which magnetic field is found, just as different experimental measurements compared with the numerical calculations to conclude that the field is uniform and its direction is the same as the machine axial axis. Finally, data of fluxes collected from Langmuir's probes for different radii have been analysed looking for long-term correlations, founding a diffusive dynamical of the plasma.

**Keywords:** Plasma, SLPM, magnetic field, elliptic integrals, flux, long-term correlation, autocorrelation, Hurst exponent, power spectra

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. La fusión nuclear . . . . .	1
1.2. Dispositivos de fusión . . . . .	2
1.3. El borde del plasma en dispositivos de fusión . . . . .	4
1.4. Características del plasma . . . . .	5
<b>2. Descripción de la SLPM</b>	<b>8</b>
2.1. Dispositivo experimental . . . . .	8
2.1.1. Sistemas de vacío y de admisión de gases . . . . .	9
2.1.2. Sistema de generación de microondas . . . . .	9
2.1.3. Sistemas de medición . . . . .	11
2.2. Topología del campo magnético . . . . .	17
2.2.1. Generación del campo magnético . . . . .	17
2.2.2. Modelo matemático . . . . .	18
2.2.3. Maqueta de la SLPM . . . . .	22
2.2.4. Dependencia temporal . . . . .	23
2.2.5. Dependencia de la corriente . . . . .	24
2.2.6. Dependencia axial . . . . .	25
2.2.7. Dependencia radial . . . . .	26
<b>3. Estudio de las propiedades de correlación del flujo radial</b>	<b>28</b>
3.1. Flujo de la SLPM . . . . .	30
3.2. Autocorrelación . . . . .	32
3.3. Exponente de Hurst . . . . .	34
3.3.1. Método $R/S$ . . . . .	34
3.3.2. Método de varianza agregada . . . . .	36
3.3.3. Método de residuos de regresión . . . . .	37
3.4. Espectro de potencias . . . . .	38
<b>4. Conclusiones</b>	<b>41</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>43</b>

# Capítulo 1

## Introducción

El consumo de energía primaria durante las últimas décadas mantiene un crecimiento continuado a escala global. En 2019 el consumo aumentó un 1,3 %, un crecimiento que se pronostica estable a lo largo de los próximos años. El 84,3 % de toda la energía consumida procede de petróleo, carbón y gas natural, fuentes no renovables que emiten gases de efecto invernadero [1].

A pesar del crecimiento de las energías renovables, debido a su baja producción energética y su intermitencia, no bastan para satisfacer la demanda global. La energía nuclear de fisión a pesar de estar libre de emisiones tiene poca acogida entre la población y el almacenamiento de los residuos radiactivos sigue siendo problemático y controvertido hoy en día. Por todo ello, la fusión nuclear se presenta como una alternativa limpia, constante y más eficiente que las fuentes anteriores.

### 1.1. La fusión nuclear

Dentro del núcleo atómico, los protones y los neutrones se encuentran ligados. La interacción nuclear fuerte compensa la repulsión electrostática entre protones confiriendo la estabilidad al núcleo. La energía de ligadura por nucleón se puede ver en la Figura 1.1, donde los núcleos más estables se encuentran en torno a  $A \approx 56$ , que corresponde al isótopo del hierro  $^{56}\text{Fe}$  con energía de 8,8 MeV.

Para  $A > 56$  la energía por nucleón disminuye ligeramente, por lo que la fisión de un núcleo pesado en otros más ligeros libera energía, en concreto, entorno a  $A \approx 200$  esta fisión nuclear ocurre de forma espontánea, en estas reacciones se basan las centrales nucleares de fisión. En contraposición, para  $A < 56$  la energía por nucleón es menor que la de los núcleos en la zona de máxima estabilidad, por lo que la fusión de dos o más núcleos ligeros que vencen la repulsión coulombiana en uno más pesado aumenta la estabilidad nuclear liberando energía. En estas reacciones, que también se dan en las estrellas, se basan los reactores de fusión [2].

La probabilidad de que se den las distintas reacciones de fusión viene marcada por la sección eficaz que estas presentan en función de la energía cinética de los núcleos, esta dependencia se ilustra en la Figura 1.2. Las reacciones candidatas a ser utilizadas como combustible en un reactor de fusión son las que mayor sección eficaz presentan, a pesar

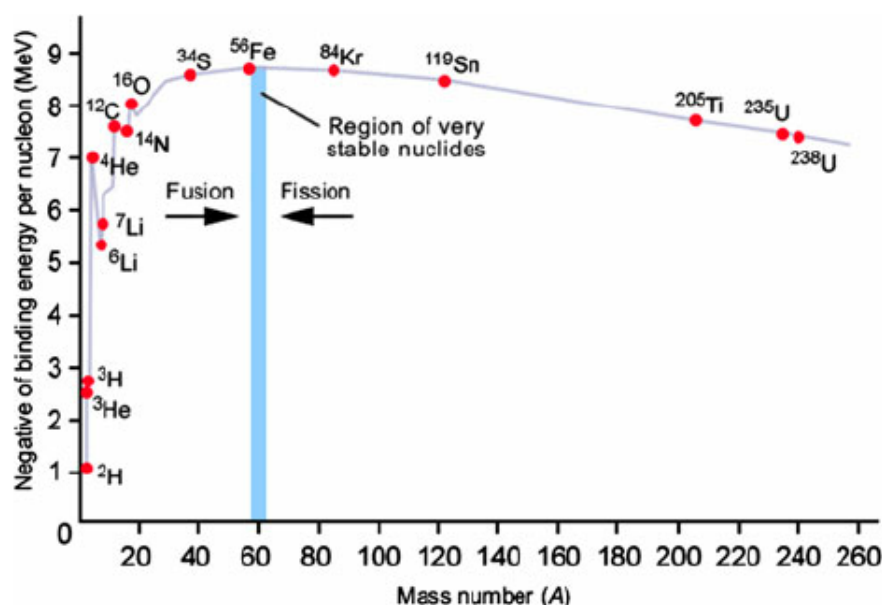


Figura 1.1: Energía de enlace por nucleón en función del número másico [2].

de que puedan producir menor energía por reacción en comparación a otras. La reacción más notable es la D-T (deuterio-tritio):



Otras reacciones como la D-Li (deuterio-litio) generan más energía (22,4 MeV en total) pero no tienen una sección eficaz tan alta, es decir, no habría tantas reacciones, por lo que D-T es el candidato perfecto [3].

Las elevadas energías cinéticas que deben alcanzar los núcleos para fusionarse se traduce macroscópicamente en una elevada temperatura, cientos de millones de grados. A esa temperatura, la materia se encuentra en estado de plasma.

Se define plasma como un gas cuasineutral a escala macroscópica en el que los núcleos atómicos están disociados de los electrones, y que exhibe un comportamiento colectivo. El comportamiento colectivo es debido a la interacción coulombiana de largo alcance entre los distintos flujos de partículas cargadas, dando lugar a fuerzas de Lorentz, que junto con las colisiones, rigen los movimientos de las partículas [5].

## 1.2. Dispositivos de fusión

Para que la fusión tenga lugar de una forma automantenida, tal que la energía liberada sea capaz de mantener la reacción, además de una alta temperatura se necesita una elevada densidad de núcleos y un cierto tiempo de confinamiento. Inicialmente se calienta el plasma de forma externa hasta que alcance las condiciones de ignición definidas por el criterio de Lawson [6], de tal forma que la energía de las partículas  $\alpha$  pueda mantener el plasma caliente en contra de las pérdidas radiativas del sistema. Para la reacción D-T,

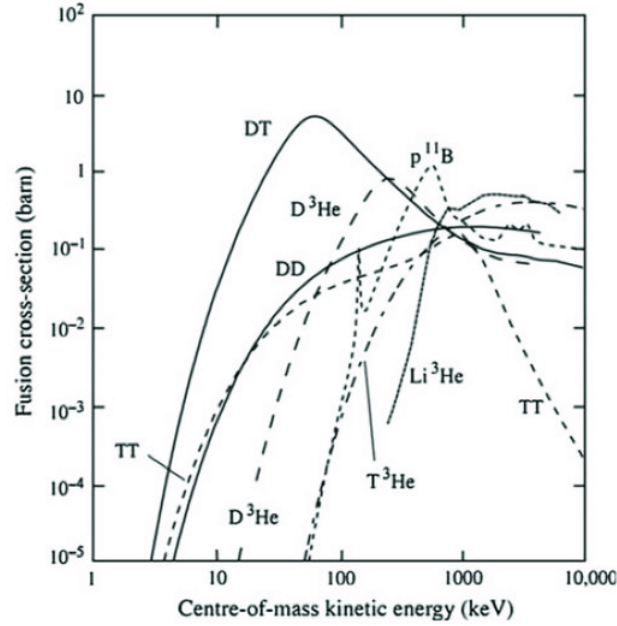


Figura 1.2: Sección eficaz de algunas reacciones de fusión en función de la energía cinética de los núcleos [4].

tomando como 3,5 MeV la energía del núcleo de helio, estas tres condiciones se resumen en

$$nT\tau > 3 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3} \text{ keVs} \quad (1.1)$$

Donde  $n$  es la densidad total de iones,  $T$  la temperatura y  $\tau$  el tiempo de confinamiento. El valor exacto de la constante de la parte derecha depende de los perfiles de  $n$  y  $T$ , así como el valor de sección eficaz tomado para la reacción, aunque da una idea del orden de magnitud de las variables y las características del plasma.

Debido a las altas temperaturas del plasma, este no puede tocar las paredes del recipiente que contiene el combustible. Para alcanzar la ignición según la ec. 1.1 los métodos más utilizados son el confinamiento inercial y el confinamiento magnético. El confinamiento inercial se basa, a grandes rasgos, en utilizar varios haces de rayos láser en la región de rayos X, o en su defecto iones pesados acelerados, concentrados en cápsulas donde se encuentra el combustible de deuterio-tritio. Este método consigue la fusión en tiempos de confinamiento muy pequeños (nanosegundos) y densidades muy grandes, por lo que la condición 1.1 queda satisfecha.

Por contra, el confinamiento magnético aprovecha el hecho de que el plasma tiene flujos de materia cargada para guiar a las partículas a través de campos magnéticos, ya que estas experimentan la fuerza de Lorentz describiendo una trayectoria helicoidal a lo largo de las líneas de campo. Este método es el más prometedor actualmente para crear reactores de fusión industriales, los valores normales que ronda este método para la desigualdad 1.1 son  $n = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ ,  $T = 10 \text{ keV}$  y  $\tau = 3 \text{ s}$  [7]. Será este último método el que se describa aquí.

Dentro del confinamiento magnético existen dos configuraciones dependiendo de si las líneas de campo son abiertas o cerradas. Las configuraciones abiertas se basan en espejos magnéticos para confinar el plasma, esto es, una partícula cargada moviéndose siguiendo una trayectoria helicoidal en el seno de un campo magnético cuya intensidad aumenta progresivamente sufre una fuerza paralela al centro de guía y orientada hacia valores decrecientes del gradiente. Si la intensidad del gradiente es suficiente, la partícula se ve reflejada, creando un espejo magnético [7]. Los espejos magnéticos solo reflejan partículas con un determinado rango de velocidades y ángulos, por lo que no confina completamente el plasma, teniendo fugas. Una configuración más utilizada es la cerrada, en la que las líneas de campo se enrollan sobre sí mismas en dispositivos con geometría toroidal.

El principal candidato en 2021 a prototipo de reactor de fusión es el proyecto ITER que utiliza la configuración cerrada tokamak. El tokamak es un sistema de confinamiento toroidal del plasma que utiliza principalmente dos campos magnéticos. Un campo magnético toroidal producido por bobinas que por sí solo no es capaz de confinar el plasma debido a la asimetría radial del campo y a la presión del plasma en el centro causada por las altas densidad y temperatura, que producen transporte radial hacia las paredes del reactor donde el plasma se enfría.

Se necesita de un campo poloidal producido por una corriente del propio del plasma (que fluye en la dirección toroidal) que es inducida por un solenoide central, puesto que la inducción magnética es un fenómeno transitorio, mantener esta corriente por un largo periodo es difícil. Esta combinación genera un campo magnético total con forma helicoidal al rededor del toro, con lo que se pretende compensar la presión central el tiempo suficiente como para producir la fusión [7]. Sin embargo, estudiar y entender los procesos que producen el transporte de partículas es vital para poder confinar el plasma en la región central aumentando la eficiencia del reactor y reduciendo las pérdidas de energía.

### 1.3. El borde del plasma en dispositivos de fusión

El transporte de las partículas hacia las paredes debido al gradiente de densidad utilizando modelos neoclásicos basados en difusión por colisiones coulombianas y modelos lineales entran en contradicción con los resultados experimentales y no lo describen bien [8]. Existe un exceso de transporte no difusivo que se achaca a fenómenos no lineales de turbulencias conocidos como transporte anómalo. Este flujo perpendicular,  $\Gamma_{\perp}$ , al flujo toroidal del plasma se le suele intentar describir según

$$\Gamma_{\perp} = -D_{\perp} \frac{dn}{dr} \quad (1.2)$$

Donde  $dn/dr$  representa el gradiente de densidad radial y  $D_{\perp}$  es el coeficiente de difusión efectivo. Sin embargo, otras técnicas de análisis que no se basan en encontrar coeficientes de difusión efectivos han tomado relevancia. Actualmente la mayoría de estudios se centran en las propiedades estadísticas que exhiben las fluctuaciones turbulentas y los flujos en los bordes de los dispositivos de fusión, estas propiedades son tales como



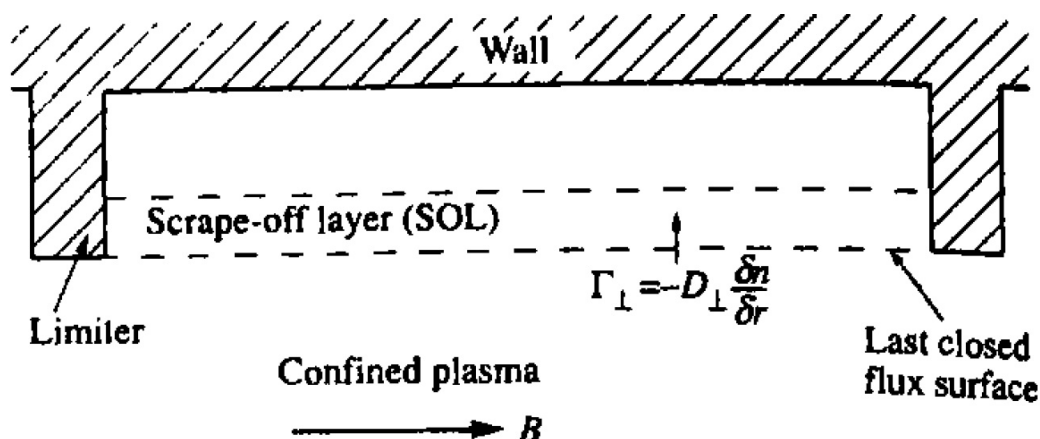


Figura 1.3: Esquema de la LCFS y la región SOL con los limitadores penetrando en el plasma [7].

la memoria a largo plazo y otro tipo de correlaciones temporales [9] [10].

La región de referencia para estudiar el transporte anómalo se sitúa en la última superficie de flujo cerrado o LCFS<sup>1</sup>, que se considera el borde del plasma. Dentro de esta región, las superficies magnéticas son cerradas, fuera, las líneas de campo son abiertas. A una estrecha región que se extiende unos centímetros más allá de la LCFS se la denomina SOL<sup>2</sup>, como se representa en la Figura 1.3. Las partículas del plasma que sufren esta deriva radial y se alejan del núcleo del plasma acaban en la SOL donde las líneas abiertas las llevan a chocar contra gas neutro y frío, y contra los muros del reactor dañándolos. Para protegerlos, se instalan limitadores que penetran hasta la LCFS o divertores que curvan las líneas de campo magnético de la SOL [11].

A pesar de la gran diferencia entre los reactores de fusión, que trabajan con un plasma confinado caliente casi completamente ionizado, las características de algunas propiedades del plasma generado en la SLPM<sup>3</sup> (y otras máquinas lineales similares), un plasma frío no confinado parcialmente ionizado, son muy parecidas a las que presentan estos dispositivos de fusión por confinamiento magnético en la región SOL. Entre otras se observa la universalidad de la función de densidad de probabilidad (PDF) del flujo para los bordes del plasma en diferentes configuraciones [12], así como las grandes fluctuaciones de magnitudes características del plasma entorno a su valor medio. Por lo que cobra sentido analizar las correlaciones temporales del plasma y compararlas con los resultados obtenidos en los tokamaks y otros dispositivos lineales como se ha hecho en el Capítulo 3.

## 1.4. Características del plasma

Los plasmas quedan definidos por una serie de magnitudes físicas que lo caracterizan y bajo las cuales tiene sentido comparar resultados experimentales de distintos plasmas. A continuación se da una breve introducción teórica de las magnitudes características de

<sup>1</sup>Del inglés, Last Closed Flux Surface.

<sup>2</sup>Del inglés, Scrape-Off Layer.

<sup>3</sup>Del inglés, Santander Linear Plasma Machine.

los plasmas que la literatura científica trata extensamente [5] [13] [14] [15] y se presentan las magnitudes características del plasma generado en la SLPm en la Tabla 1.1.

El tratamiento del plasma se encuentra dentro de un marco clásico por lo que se puede pensar en el plasma como un conjunto de cargas (iones y electrones) con velocidades bien definidas, a partir de las cuales se define el concepto de temperatura electrónica,  $T_e$ , en el plasma. Un gas en equilibrio térmico tiene una distribución de velocidades maxwelliana isotrópica en las tres direcciones espaciales que depende de  $KT$ , donde  $K$  es la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura macroscópica del gas, promediando esta distribución se puede obtener la energía cinética promedio  $E_{av}$  obteniendo  $E_{av} = \frac{3}{2}KT$ . Debido a esta estrecha relación entre energía y temperatura, se da la temperatura del plasma en unidades de  $KT$  (energía) con la relación  $1 \text{ eV} = 11600 \text{ °K}$ . Puesto que en un plasma coexisten iones y electrones con diferentes distribuciones maxwellianas debido a las diferentes masas y diferentes ratios de colisiones, se diferencia entre temperatura iónica,  $T_i$ , y temperatura electrónica,  $T_e$ . De forma general, a partir de ahora el subíndice  $i$  se utilizará para las magnitudes referidas a los iones y el subíndice  $e$  para aquellas referidas a los electrones.

Para confirmar la premisa de que al plasma se le puede tratar como un gas clásico se compara la separación promedio entre partículas  $(V/N)^{1/3}$  con la longitud de onda térmica electrónica de De Broglie,  $\lambda_{th,e}$ , según la ec. 1.3, que es la longitud de onda de De Broglie para un electrón de energía cinética  $KT_e$  y da una idea de las dimensiones del electrón. De esta forma, si la separación promedio entre electrones es comparable a  $\lambda_{th,e}$ , el plasma debe recibir un tratamiento cuántico con la estadística de Fermi-Dirac, por contra, si es mucho más grande que  $\lambda_{th,e}$ , entonces se puede considerar un gas clásico y aplicar la estadística de Maxwell-Boltzmann

$$\lambda_{th,e} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m_e KT_e}} \quad (1.3)$$

Un plasma presenta la propiedad de apantallar potenciales eléctricos gracias a la movilidad de las cargas. Cuando se introduce un potencial en el plasma las cargas de signo contrario se distribuyen alrededor de él en una nube esférica que lo apantalla, normalmente denominado *sheath*. Sin embargo, las cargas más alejadas del potencial, debido a su energía cinética, son capaces de escapar de la nube cuando la energía potencial es similar o menor a la cinética de las cargas. Para dar cuenta de cuán grande es esta nube cargada o este apantallamiento, se define la longitud de Debye,  $\lambda_D$ , como

$$\lambda_D = \left( \frac{\epsilon_0 KT_e}{n_e e^2} \right)^{1/2} \quad (1.4)$$

Donde  $n_e$  es la densidad de electrones del plasma. Se utiliza la temperatura electrónica debido a la mayor movilidad de los electrones, ya que pueden crear un exceso o déficit de carga a la hora de apantallar. El concepto de cuasineutralidad antes mencionado se entiende ahora como, dado una longitud del sistema,  $L$ , este es cuasineutro si  $L \gg \lambda_D$  de tal forma que cuando un potencial se introduce en el plasma, este es apantallado en una distancia corta, de unas pocas  $\lambda_D$ , así, el radio del *sheath* electrónico se puede tomar

de ese orden. Para un sistema lo suficientemente grande, la propiedad de cuasineutralidad permite tomar las densidades iónica y electrónica como una sola,  $n_i \simeq n_e \simeq n$ , la densidad del plasma. Para saber si el sistema es suficientemente grande se toma como referencia el número de partículas en la esfera de Debye,  $N_D$ , que debe cumplir  $N_D \gg 1$ , obtenida a partir de

$$N_D = n \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \quad (1.5)$$

El último parámetro del plasma surge suponiendo una distribución de electrones e iones homogénea. Si los electrones son perturbados de su posición de equilibrio dentro del plasma se genera una fuerza recuperadora debido a campos eléctricos que tienden a restaura a los electrones a su posición original. Debido a su inercia, los electrones permanecerán oscilando al rededor de la posición de equilibrio mientras que los iones no siguen el campo eléctrico variable por ser demasiado masivos, permaneciendo fijos. La frecuencia característica con la que oscila el plasma se la denomina frecuencia electrónica angular del plasma,  $\omega_{pe}$ , determinada según

$$\omega_{pe} = 2\pi f_{pe} = \left( \frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e} \right)^{1/2} \quad (1.6)$$

En la Tabla 1.1 se recogen los parámetros del plasma generado en la SLPM, como la mayoría dependen de  $T_e$  y  $n_e$  y estos parámetros que se miden experimentalmente varían en función del tiempo y la posición donde se miden (ver Sistemas de medición) se ha optado por dar los valores extremos entre los que suelen variar  $T_e$  y  $n_e$ , y en consecuencia los valores extremos del resto de parámetros.

Parámetro	Valor mínimo	Valor máximo	Unidades
$T_e$	10	20	eV
$n_e$	$1 \cdot 10^{17}$	$3 \cdot 10^{17}$	partículas/m <sup>3</sup>
$\lambda_{th,e}$	$1,5 \cdot 10^{-10}$	$2,2 \cdot 10^{-10}$	m
$\frac{(V/N)^{1/3}}{\lambda_{th,e}}$	$3 \cdot 10^{11}$	$9 \cdot 10^{11}$	
$\lambda_D$	$4,29 \cdot 10^{-5}$	$1,05 \cdot 10^{-4}$	m
$N_D$	$9,92 \cdot 10^4$	$4,86 \cdot 10^5$	partículas
$f_{pe}$	2,84	4,92	GHz
Grado de ionización	< 10 %		

Tabla 1.1: Parámetros característicos del plasma generado en la SLPM.

## Capítulo 2

# Descripción de la SLPM

### 2.1. Dispositivo experimental

La SLPM es una máquina lineal de plasma no confinante. El plasma es generado en una cámara de vacío conformada por un tubo de metal cilíndrico con una longitud de 1,3 m y un diámetro de 0,15 m. Primero se realiza el vacío en el cilindro, alcanzando un vacío del orden de  $10^{-7}$  bar, siete órdenes de magnitud menor que la presión atmosférica. En este momento empieza el proceso de descarga que dura al rededor de 8 segundos. Se inyecta el gas hasta la presión consignada, generalmente de  $5 \cdot 10^{-6}$  bar, este proceso suele tardar 4 segundos, una vez alcanzada, el plasma se genera haciendo incidir microondas de frecuencias 2450 MHz por una unión turnstile sobre el gas durante otros 4 segundos. El plasma generado está sometido a un campo magnético constante generado por 6 bobinas equiespaciadas por las que puede circular una corriente de hasta 200 A. Entre las bobinas se encuentran conectados a la cámara de vacío varios sistemas de medición, entre ellos una sonda de Langmuir, un interferómetro, un espectrómetro óptico y un espectrómetro de masas. Los principales componentes de la SLPM que intervienen en el plasma aparecen en la Figura 2.1 y serán descritos con más detalle a continuación.

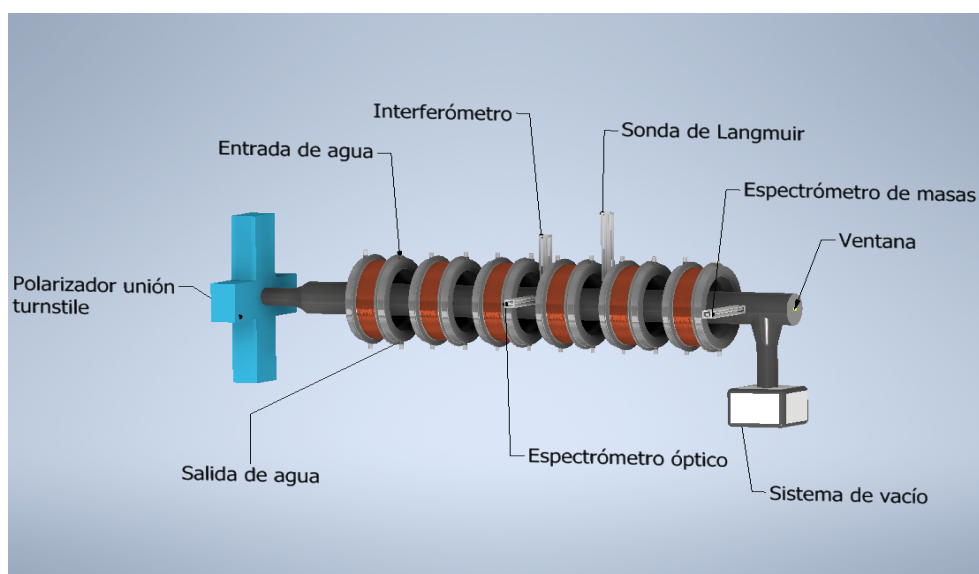


Figura 2.1: Esquema de la SLPM.

### 2.1.1. Sistemas de vacío y de admisión de gases

El primer sistema en entrar en funcionamiento es el sistema de vacío. Este se compone por dos bombas de vacío, una válvula electromagnética de admisión de gases, una válvula de guillotina, varios medidores de presión y la estación de gases.

El vacío se realiza con el sistema TPS-compact. El TPS-compact es un sistema integrado compuesto por una bomba turbomolecular para aplicaciones de alto y ultra alto vacío (pudiendo alcanzar  $10^{-12}$  bar) integrada por el respectivo controlador y la bomba primaria, que se encarga de crear un pequeño vacío inicial. El efecto de bombeo se obtiene mediante una turbina rotativa de alta velocidad, además el TPS-compact no posee ningún agente contaminante, por lo que es adecuado para aplicaciones que requieren un vacío limpio. El sistema puede bombear cualquier tipo de composición gaseosa con una velocidad de 215 l/s, por lo que el tiempo para alcanzar el vacío óptimo cuando la cámara se encuentra a presión ambiente es de varios minutos [16]. Entre descarga y descarga se espera 2 minutos aunque por cuestiones relacionadas con la seguridad del magnetrón más que debido al sistema de vacío.

Una vez se alcanza el vacío de  $10^{-7}$  bar y se ordena iniciar la descarga desde la mesa de control se acciona neumáticamente la válvula de guillotina, esta está situada justo encima de la bomba turbomolecular en el tubo de unión entre la cámara principal y el sistema de vacío, de tal forma que queda sellado el recipiente. Entonces se acciona la válvula electromagnética de admisión de gases situada en el mismo tubo de unión encima de la guillotina, esta válvula está conectada a la estación de gases de la SLPM. La estación de gases está compuesta por tres bombonas, con manómetro incorporado, de gases nobles como helio, neón y argón.

Para medir la presión a la que se encuentra la cámara de vacío se dispone de un baratron (manómetro capacitivo) con un rango entre  $10^{-3}$  bar y  $10^{-7}$  bar. Además se cuenta con un medidor de Cátodo frío y uno Pirani combinados en un mismo cabezal capaces de medir alto vacío con un rango entre  $10^{-1}$  bar y  $10^{-9}$  bar, aunque su medición depende del tipo de gas. Una vez se alcanza la presión consignada (entorno a  $5 \cdot 10^{-6}$  bar) se realiza la descarga de microondas en el gas [17].

### 2.1.2. Sistema de generación de microondas

Las microondas son generadas por un magnetrón, que no es más que un tubo de vacío con múltiples cavidades en la dirección radial en su interior y un metal en la parte central, este metal está a una diferencia de potencial negativa respecto de las cavidades y es calentado emitiendo electrones que interactúan con los campos de las cavidades resonantes produciendo ondas electromagnéticas con una longitud de onda  $\lambda$  determinada por las dimensiones físicas de estas cavidades.

El magnetrón es tipo YJ 1600 con una frecuencia de  $2450 \pm 25$  MHz que tiene una potencia de salida máxima de 6 kW y una potencia reflejada máxima de 3 kW. Debido a las características del magnetrón y que su temperatura de trabajo está entre 5 °C y 35 °C, para que no se sobrecaliente se refrigera con agua y entre descarga y descarga se espera un tiempo de 2 minutos. En el interior de la caja de microondas se encuentra el

circulador para evitar el rebote de las microondas hacia el magnetrón, el sistema para ajustar la potencia y los sistemas de medición de ondas incidentes y reflejadas.

Una vez las microondas son producidas, estas son conducidas por una guía de onda rectangular hasta la unión turnstile. Esta unión consiste en dos brazos cruzados que son guías de onda rectangulares, formando una cruz, y una guía de ondas cilíndrica acoplada perpendicular en la zona de unión de los dos brazos. La transición de rectangular a circular debe lograrse preservando la simetría para poder polarizar las microondas de una forma adecuada, esto se consigue insertando dos postes coaxiales sobre la base de la cruz alineados con el eje de la guía cilíndrica y ajustando sus dimensiones. Consiguiendo una transición de las ondas en las que toda la energía incidente es absorbida sin perderse.

Con esta configuración, mirando la Figura 2.2, cuando entra una onda por el brazo A la mitad de su potencia es transmitida a la guía cilíndrica y la otra mitad es dividida entre sus brazos B y D tocando  $1/4$  a cada uno, sin propagarse por el brazo C. Si los brazos B y D son cortocircuitados y tienen la misma longitud, las ondas reflejadas de cada brazo llegan en fase a la unión circular creando una polarización desfasada  $180^\circ$  por lo que se cancelan y no pasa a la guía circular. Si uno de los brazos mide  $\lambda/4$  más que el otro, entonces las ondas reflejadas están fuera de fase y crearán una polarización alineada con los brazos B y D, dando lugar a dos ondas de igual amplitud con una diferencia de fase de  $90^\circ$  propagándose por la guía circular.

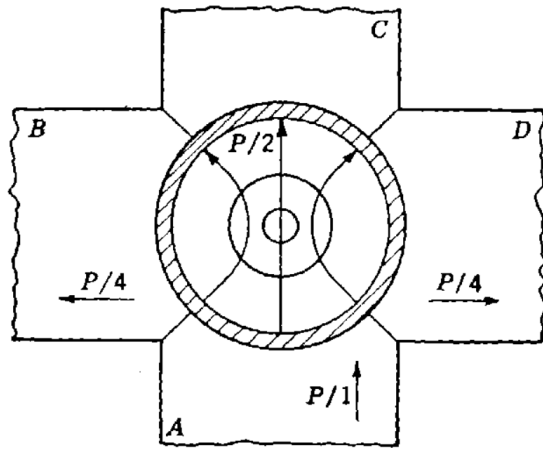


Figura 2.2: Esquema de la unión turnstile visto desde el plano de la unión de los brazos rectangulares [18].

De forma general, ajustando la longitud relativa de los brazos, si la diferencia de fase entre la polarización de las dos ondas reflejadas es 0, se obtiene una polarización lineal contenida en uno de los planos bisectriz del cruce de los brazos. Si la diferencia de la fase de polarización es  $\pi$ , se obtiene una polarización lineal en el plano perpendicular, el otro plano bisectriz. Si la diferencia es  $\pi/2$  ó  $3\pi/2$  la polarización en la guía de ondas cilíndrica será circular dextrógira o levógira, y si no es ninguna de las cuatro mencionadas se obtendrá una polarización elíptica [18].

Las ondas utilizadas en este estudio para generar plasma han sido polarizadas linealmente.

### 2.1.3. Sistemas de medición

Una vez generado el plasma las distintas propiedades se miden a través de varios métodos de diagnosis, en la Figura 2.6 se puede ver su colocación. Estos tienen acceso al plasma a través de las distintas ventanas presentes en la cámara de vacío en el espacio entre bobinas, por lo que las propiedades del plasma que midan están influenciadas por el valor del campo magnético externo en cada punto.

#### Interferómetro Mach-Zender

Para la medición de la densidad electrónica la técnica más utilizada es la interferometría, la SLPM cuenta con un interferómetro Mach-Zender para ello. El funcionamiento es el siguiente, un haz de radiación emitido por una fuente coherente atraviesa un divisor de haz, por lo que se obtienen dos haces. Uno de ellos atraviesa el plasma diametralmente y el otro recorre la misma distancia pero por el aire (o el vacío) usándose de referencia, finalmente ambos llegan a otro divisor de haz y se recombinan en un detector, con la ventaja de que el haz solo atraviesa el plasma una vez, al contrario que en otro interferómetros [19]. Los dos haces interfieren en el detector dependiendo del cambio de fase,  $\Delta\Phi$ , que se haya introducido entre ellos, cambio de fase que surge de haber recorrido mismas longitudes físicas pero distintos caminos ópticos. Debido a la forma de actuar del interferómetro, este permite obtener  $n_e$  con precisión temporal pero no espacial, ya que el cambio de fase viene dado por  $n_e$  a lo largo de todo el recorrido (una cuerda recta), obteniéndose un promedio  $\bar{n}_e$ , por lo que se busca una relación  $n_e(\Delta\Phi)$ .

Un plasma sin colisiones (baja presión) es un medio isótropo que al someterlo a un campo magnético externo se vuelve anisótropo, por lo que una onda propagándose por el medio tiene el modo de propagación ordinario y el extraordinario, por simplicidad, tomando solo el ordinario, el índice de refracción del plasma,  $\mu$ , resulta

$$\mu = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \quad (2.1)$$

Tomando frecuencias  $\omega$  de la onda incidente que son grandes comparadas con la frecuencia electrónica del plasma  $\omega_{pe}$ , el cambio en la fase del haz respecto al de referencia integrando a lo largo del camino  $L$  viene dado por [7]

$$\Delta\Phi = \frac{\lambda e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \int_L n_e dl = \frac{\lambda e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \bar{n}_e L \quad (2.2)$$

Se puede llegar a obtener  $n_e$  en cada punto del radio (resolución espacial) a partir de la suposición de un perfil radial de densidad  $n_e(r)$ , si se toma un forma de perfil fácil como es el parabólico

$$n_e(r) = n_{e0} \left( 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right) \quad (2.3)$$

Donde  $n_{e0}$  es una constante que cumple  $n_e(r=0) = n_{e0}$ , es decir, la densidad en el centro del plasma. Se puede resolver la integral de la ec. 2.2 obteniendo  $\bar{n}_e = (2/3)n_{e0}$ . De esta forma se obtiene  $n_e(r)$  de manera semiempírica [17].

### Sondas de Langmuir

Las sondas de Langmuir utilizadas en la SLPM se han desarrollado en el laboratorio probando diferentes configuraciones según las propiedades que se desean medir, como densidad electrónica e iónica, temperatura electrónica, el potencial flotante del plasma o la corriente de saturación iónica (estos dos últimos se definen más adelante). De forma general, todas las sondas están formadas por varias puntas metálicas cilíndricas (colectores) de tungsteno de 0,5 mm de diámetro y 2 mm de longitud (ver Figura 2.4) que se insertan en el plasma. A pesar de ser el metal con mayor punto de fusión, puesto que la sonda está en contacto directo con el plasma, si este está demasiado caliente la sonda puede llegar a fundirse, aunque en la SLPM no es el caso.

Para entender el funcionamiento de las sondas de Langmuir es necesario entender cual es el potencial del plasma,  $V_p$ . Cuando el plasma entra en contacto con las paredes de la cámara de vacío esta actúa como un sumidero donde electrones e iones se recombinan en gas neutro. La precipitación de los electrones e iones hacia las paredes no ocurre a la misma velocidad, la velocidad térmica de los electrones es mayor a la de los iones debido a la diferencia de masas, por lo que llegan antes a las paredes. Debido a este desplazamiento de cargas, para mantener la cuasineutralidad en el plasma se genera en su seno un campo eléctrico radial que tiende a reducir el flujo de electrones hacia las paredes y a ensalzar el flujo de iones, de tal forma que el flujo resultante está determinado por las presiones electrónica e iónica y restringido por la inercia de los iones [20].

El gradiente de potencial radial que se genera es muy intenso en las paredes pero se atenúa rápidamente por el apantallamiento del plasma teniendo una profundidad de unas pocas  $\lambda_D$ , en esta estrecha región entre la pared y el plasma aparece el *sheath* mencionado en la sección 1.4. Si se toma como referencia la pared para establecer el mínimo de potencial (negativo), el final de la *sheath* como origen de potencial 0, se deja al centro del plasma con un potencial pequeño positivo  $V_p$  debido a esta redistribución de las cargas, aunque a fin de cuentas la elección del origen del potencial es arbitraria.

Cuando se sumerge un electrodo (colector) como el de las sondas de Langmuir en el interior del plasma, el comportamiento es similar al del plasma interactuando con la pared en cuanto a establecer flujos de electrones/iones, a excepción de que el electrodo puede cambiar su potencial respecto al potencial del plasma, y que el electrodo y el flujo recogido son lo suficiente pequeños para no perturbar las condiciones del plasma. De esta forma el electrodo sumergido en el plasma dependiendo de su potencial de polarización,  $V$ , creará un *sheath* de electrones/iones simétrico a su alrededor de unas pocas  $\lambda_D$ . Asumiendo que la presión del gas es lo suficientemente baja como para que las colisiones sean despreciables, como se expuso en la sección 2.1.1, la corriente recogida por el colector se puede calcular en función de su área y otros parámetros del plasma [21], el resultado se plasma en la característica  $I(V)$  del electrodo, en la Figura 2.3.



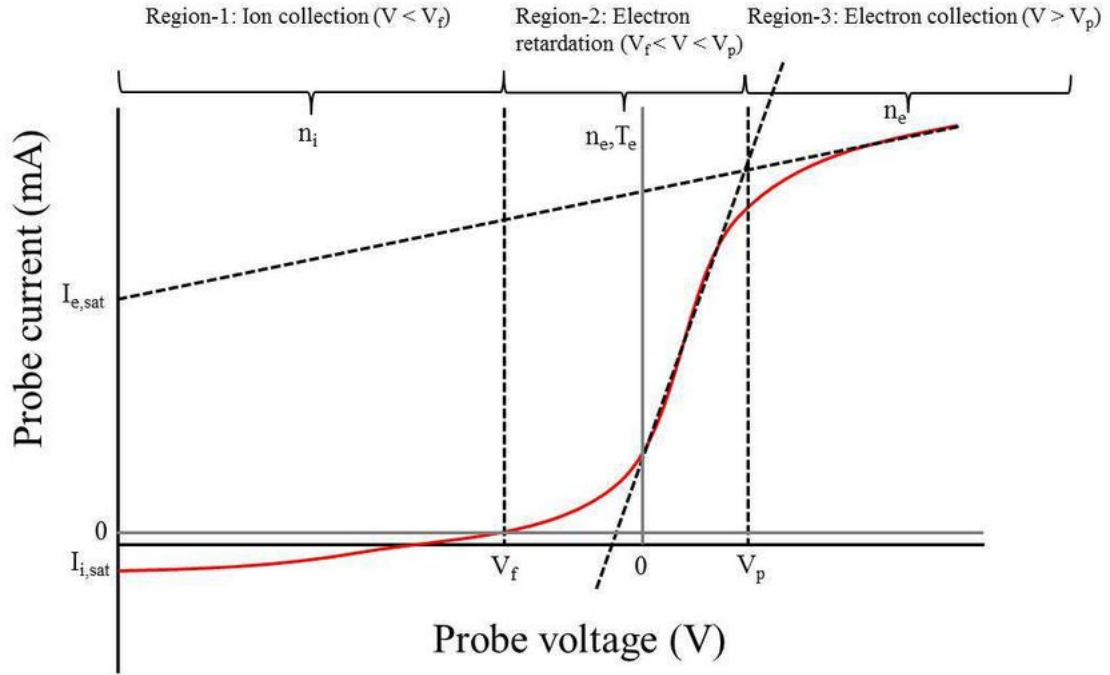


Figura 2.3: Característica corriente-voltaje (I-V) cualitativa de los electrodos en una sonda de Langmuir [22].

Se pueden distinguir 3 tramos en función de  $V$  [22]. El primer tramo se da para potenciales de la sonda muy negativos menores que el potencial flotante,  $V < V_f$ , donde  $V_f$  es definido como el potencial al cual el flujo de electrones e iones hacia la sonda es el mismo, por lo que la corriente neta es 0, es decir, es el potencial al cual la sonda “flota” en el plasma porque no puede recoger corriente. En la región 1, la cual tiene un comportamiento lineal, se atraen iones y se repelen electrones, la corriente es negativa y pequeña debido a que los iones son muy masivos, esta es la corriente de saturación iónica,  $I_{i,sat}$ , donde un decremento del potencial no debería afectar a la corriente, de aquí se puede obtener  $n_i$ .

En la región 2, para potenciales entre  $V_f < V < V_p$ , cuando  $V = V_f$  los electrones sufren una leve repulsión por estar a potenciales menores a los del plasma y el flujo de electrones e iones en la sonda es el mismo, conforme  $V$  aumenta la repulsión que sufren los electrones decrece por lo que aquellos que en la distribución maxwelliana tienen mayores energías cinéticas logran ser captados por la sonda. Cuando  $V = V_p$ , los potenciales del plasma y de la sonda se igualan, por lo que el flujo obtenido es debido mayormente a los electrones ya que, como se dijo antes, estos tienen una mayor velocidad térmica resultando en un mayor flujo. De esta zona con un perfil exponencial se puede obtener  $T_e$ .

En la región 3, con un perfil lineal, para potenciales  $V > V_p$  los electrones son atraídos por la sonda mientras que los iones son repelidos, de tal forma que se llega a la región de la corriente de saturación electrónica,  $I_{e,sat}$ , donde un aumento del voltaje no debería producir un incremento de la corriente, de aquí se puede obtener  $n_e$ .

Tanto en saturación iónica como electrónica, aumentar la diferencia de potencial ex-

perimentalmente resulta en un incremento de ambas corrientes de saturación, esto es debido a que se aumenta el *sheath* del que se recogen las cargas, aunque este efecto se nota más en la corriente de saturación electrónica. En el caso de que el diámetro de la superficie de recolección sea grande comparada con  $\lambda_D$ , la corriente recogida es independiente de la anchura del *sheath*, sin embargo, una gran superficie de recolección a la que se le aplica un potencial alto perturba el plasma y por ello sus propiedades, por lo que se debe mantener un equilibrio [22]. En el caso del diámetro  $d_s$  de las sondas utilizadas en la SLPM se tiene que  $10 \cdot \lambda_D \sim d_s$ .

Bajo la influencia de un campo magnético, puesto que el plasma deja de ser un medio isótropo, la distribución de cargas que apantallan la sonda deja de ser esférica por lo que las partículas ya no vienen de cualquier dirección, sino que se forman tubos de flujo conectado a la sonda por un extremo. El perfil de la característica  $I(V)$  cambia notablemente. Tanto la pendiente de la región exponencial como la corriente de saturación electrónica y el ratio  $I_{e,sat}/I_{i,sat}$  se ven bastante afectados al introducir un campo magnético. Sin embargo, el perfil cualitativo de  $I(V)$  de la Figura 2.3 y la física subyacente siguen siendo las mismas [23].

Durante las descargas se han utilizado varios tipos de sondas de Langmuir: doble sonda, triple sonda, sonda Mach o array de 4 potenciales flotantes. Las dimensiones de los electrodos son las mismas en todas las sondas, lo que varía es el número de electrodos, la separación y el posicionamiento entre ellos (algunos más adelantados), y el potencial al cual está sometido cada uno. El más utilizado y con el que se ha desarrollado el trabajo del Capítulo 3 es la triple sonda, cuyas características se ven en la Figura 2.4

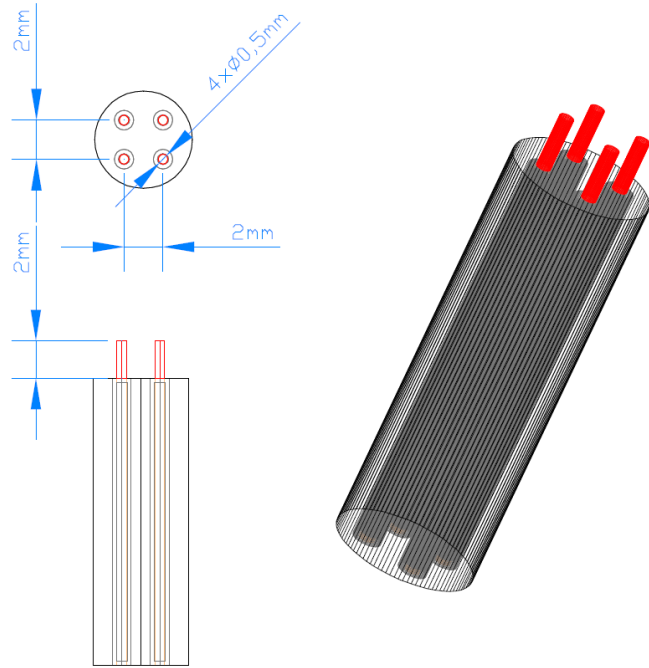


Figura 2.4: Esquema de la disposición y medidas de los electrodos en la triple sonda [17].

Con esta configuración, se ha medido la temperatura electrónica del plasma,  $T_e$ , la corriente de saturación iónica,  $I_{i,sat}$ , y el potencial flotante,  $V_f$ , en dos posiciones poloidales ligeramente separadas [24].

El funcionamiento es el siguiente, todos los electrodos se referencian a la cámara de vacío para tomarla como tierra ya que es metálica y actúa como tierra común de todo el sistema, la mayoría de máquinas de plasma también utilizan esta referencia a tierra.

Se dispone de un electrodo en el régimen de saturación iónica para medir directamente  $I_{i,sat}$ , uno de potencial  $V_+$  al que se le expone a  $V_+ = 110$  V y los otros dos utilizados para medir el potencial flotante  $V_f$ , es decir, el potencial al cual la corriente que circula por el electrodo es nula, en dos puntos a igual radio desde el centro del plasma pero separados por un ángulo  $\epsilon$ .

La expresión de la temperatura electrónica se ha obtenido bajo 3 premisas [24]

- La distribución de energía cinética entre los electrones es maxwelliana, lo cual se ha probado en la sección 1.4
- El recorrido libre medio de los electrones es mayor que el radio del *sheath* (unas pocas  $\lambda_D$ ), lo cual se cumple dado que la baja presión del gas evita las colisiones frecuentes
- La separación entre los colectores es mayor que el radio del *sheath* para que la interacción entre colectores sea despreciable, lo cual también se cumple  $10 \cdot \lambda_D \sim 2$  mm.

A partir de ellas analizando las corrientes que pasan por los electrodos se obtiene

$$T_e(\text{eV}) = \frac{(V_+ - V_f)}{\ln(1/2)} \quad (2.4)$$

La necesidad de utilizar dos potenciales flotantes se introduce en el Capítulo 3 puesto que para la ec. 2.4 solo se necesita 1. Aunque experimentalmente con el método de triple sonda solo se puedan medir  $V_f$ ,  $T_e$  e  $I_{i,sat}$ , se pueden obtener a través de ellas  $n_e$  según la ec. 2.5 (en unidades del SI) y  $V_p$  según la ec. 2.6 conociendo la superficie de la sonda,  $A_s$ .

$$n_e(\text{m}^{-3}) = 1,37 \cdot 10^{17} \frac{I_{i,sat} \sqrt{m_i}}{A_s \sqrt{T_e}} \quad (2.5)$$

$$V_p = V_f - \frac{T_e}{2} \log \left( \frac{2\pi m_e}{m_i} - 1 \right) \quad (2.6)$$

### Espectrómetro de masas

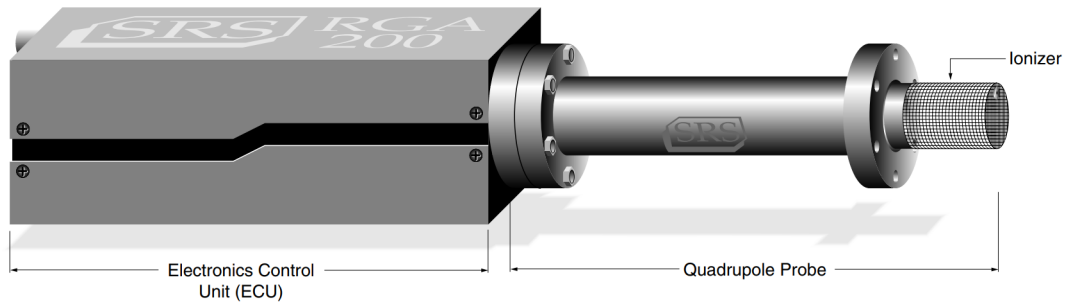


Figura 2.5: Esquema de las partes del espectrómetro de masas SRS RGA utilizado en la SLPM [25].

Una completa caracterización del medio dentro de la cámara de vacío requiere la detección de todos los gases que se encuentran presentes aparte de la presión total. Un instrumento utilizado para este propósito es el analizador de gas residual (RGA)<sup>1</sup>. Un RGA es un espectrómetro de masas de pequeñas dimensiones físicas que pueden ser conectados directamente a un sistema de vacío y cuya función es analizar los gases dentro de la cámara.

El espectrómetro utilizado en la SLPM es el modelo SRS RGA 100, el 100 indica que puede medir masas atómicas en un rango entre 1 y 100 uma<sup>2</sup>. El aparato consta de una unidad de control electrónico donde se analizan los iones mediante una copa de Faraday, un filtro de masa cuadrupolar compuesto de cuatro tubos conductores de 18,4 cm de largo recubiertos de acero inoxidable, y el ionizador de simetría cilíndrica de 5 cm de largo y 3,2 cm de diámetro insertado en la SLPM que ioniza por impacto electrónico. Aunque todo el sistema permanezca conectado a la cámara de vacío, y por tanto a su misma presión, solo el ionizador penetra dentro [25].

El principio operacional es el mismo para todos los RGA, una pequeña fracción de las moléculas de gas de la cámara es ionizado en el ionizador, los cationes resultantes son separados, detectados y medidos en concordancia con sus masas atómicas. Cuando un RGA está adecuadamente calibrado se puede utilizar para determinar concentraciones o presiones parciales absolutas de los componentes de un gas mixto.

Los iones son separados en el filtro de masa cuadrupolar, este determina qué iones alcanzan el detector en cualquier tiempo dado. Para ello utiliza un voltaje constante y otro variable en el rango de las radio frecuencias con los que polarizar los cuatro tubos conductores. Ya que el filtro se basa en la dependencia carga-masa de las trayectorias que recorren los iones bajo un campo eléctrico constante y otro variable, el ratio entre estos dos campos selecciona el filtro a utilizar. De forma precisa, se puede decir que el RGA no mide la masa atómica como tal, sino el ratio carga-masa de los iones  $M/Q$  definido como el ratio entre el número másico  $M$  del ión entre su carga  $Q$  medida en unidades de la carga del electrón.

### Espectrómetro óptico

Una técnica pasiva de caracterización del plasma es la espectroscopía óptica de emisión del espectro. La población de las especies en un nivel excitado depende de varios parámetros del plasma como densidad, temperatura electrónica e iónica, etc.

Para complementar las anteriores técnicas de diagnosis de plasma la SLPM consta del espectrómetro Andor Shamrock SR-303i-a. Un cable de fibra óptica se coloca en frente de una de las ventanas que tiene la cámara de vacío para llevar la luz emitida por el plasma al espectrómetro. La luz atraviesa una rendija con una abertura regulable desde 10  $\mu\text{m}$  hasta 2,5 mm de ancho y una altura máxima de 14 mm que permite regular el flujo que llega al detector. Antes de pasar al detector la luz se filtra por una de las tres rejillas o redes de difracción de las que dispone el detector, todas de 68 mm  $\times$  68 mm

---

<sup>1</sup>Del inglés, Residual Gas Analyzers.

<sup>2</sup>Unidad de masa atómica.

con un rango de detección entre 190 nm y 10  $\mu\text{m}$ . Finalmente la luz alcanza el detector CCD que proporciona una resolución de 0,1 nm [26].

Varios modelos semi-empíricos de población de estados excitados como modelos de colisiones radiativas (CRM)<sup>3</sup> han sido desarrollados en plasmas de argón a bajas presiones para relacionar  $T_e$  y  $n_e$  con los ratios de las intensidades en los espectros a partir de valores extraídos de la literatura científica como la sección eficaz de las partículas. Comparando estas magnitudes con las obtenidas a través de sondas de Langmuir en otros dispositivos, los datos confirman la validez de los modelos dadas ciertas premisas [27] [28].

Los observables del espectro relacionados con los picos son el corrimiento, el ensanchamiento y la división de estos, los ratios entre sus intensidades y la distribución de intensidades. De ellos se pueden obtener los siguientes parámetros del plasma [22]:

- Corrimiento de los picos  $\Rightarrow v_i$
- Ensanchamiento Doppler de los picos  $\Rightarrow T_i$
- División de las líneas por efecto Zeeman  $\Rightarrow B$
- División de las líneas por efecto Stark  $\Rightarrow E$
- Intensidades relativas entre los picos  $\Rightarrow T_e$  y  $n_e$
- Intensidad de los picos  $\Rightarrow n_i$

## 2.2. Topología del campo magnético

### 2.2.1. Generación del campo magnético

El plasma de la SLPM está sometido a un campo magnético,  $B$ , generado por seis bobinas idénticas alineadas axialmente. El campo magnético que generan viene determinado por el radio de las bobinas y la separación entre ellas tanto como por la distribución de las espiras que las componen y la intensidad que las atraviesa.

Las bobinas tienen un radio interno de 13 cm y un radio externo de 18 cm, con una anchura de 4,4 cm. Si se toma la misma referencia en todas las bobinas, entre ellas hay una separación de 13,2 cm. Cada bobina está enrollada sobre una estructura metálica con un canal circular de refrigeración a cada lado, mediante un orificio superior en el canal entra el agua que refrigera la bobina y sale por un orificio inferior. Las espiras, de sección rectangular, están distribuidas en 21 capas (una sobre otra en la dirección radial), cada capa conformada por 4 espiras, por lo que una bobina tiene 84 espiras en total. La sección rectangular de una espira tiene dimensiones de 2,5 mm  $\times$  10,9 mm. Para alimentar las bobinas, estas están conectadas en serie a una fuente de alimentación que proporciona una intensidad de bajo rizado de hasta 200 A.

En anteriores trabajos [29] [30] sobre la SLPM se ha supuesto que el campo magnético generado en el plasma es estático y uniforme solo con valores no nulos en la componente axial. Sin embargo, conocer el valor de  $B$  en cada punto es necesario para poder analizar

<sup>3</sup>Del inglés, Collisional Radiative Model.

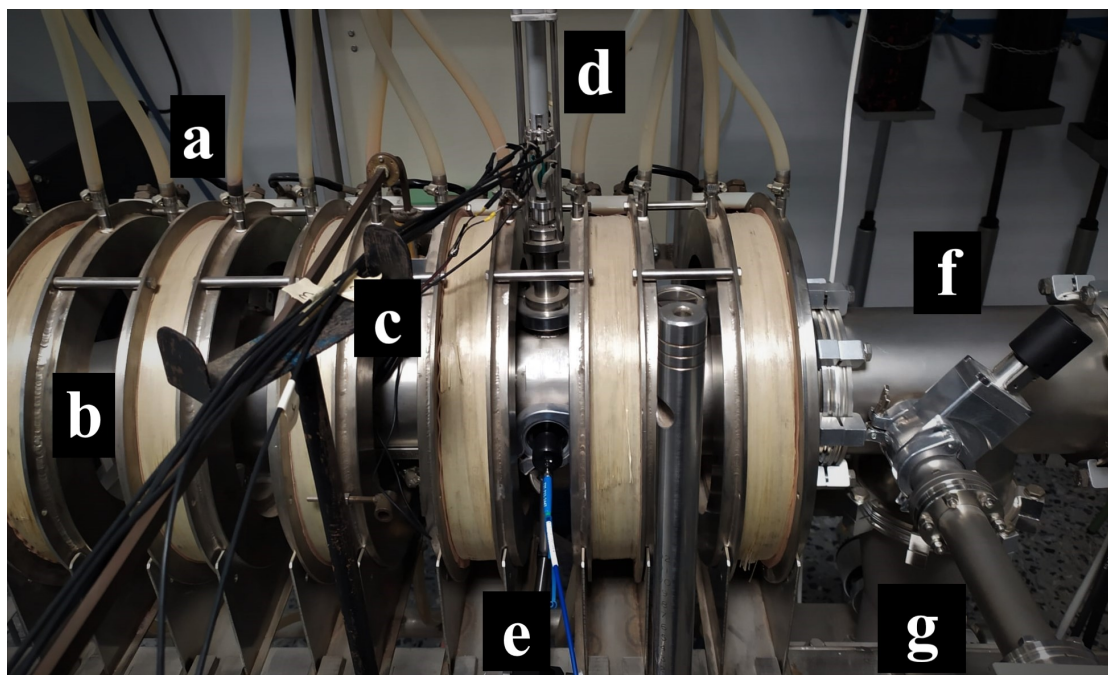


Figura 2.6: Imagen de la SLPM. Aparecen a) los sistemas de refrigeración, b) las bobinas, c) el interferómetro, d) la sonda de Langmuir, e) el cable de fibra óptica del espectrómetro óptico, f) la unión de la cámara de vacío con el sistema de vacío y admisión de gases, g) el brazo del espectrómetro de masas.

los datos obtenidos por la sonda de Langmuir y extraer el flujo de partículas, que viene fuertemente determinado por  $\mathbf{B}$  como se ve en el Capítulo 3. En la Figura 2.6 aparecen todos los sistemas de diagnosis y cómo están colocados en el espacio entre las distintas bobinas, con acceso a la cámara de vacío a través de ventanas.

En esta sección se pretende caracterizar el campo magnético generado por las bobinas obteniendo una descripción del campo en todos los puntos del espacio y su dependencia con los distintos parámetros que lo generan. Debido a la simetría del problema se utilizan coordenadas cilíndricas para su descripción, tomando  $z$  como la coordenada axial,  $r$  la coordenada radial y  $\theta$  para la coordenada angular poloidal.

Para determinar  $\mathbf{B}$  este se puede dividir en dos proyecciones, el campo en la dirección axial (del eje)  $B_z$  y el campo en la dirección radial (del radio)  $B_r$ , el campo en la dirección poloidal siempre es nulo por la simetría cilíndrica de las bobinas, por lo que  $B_\theta = 0$  queda constante y no es necesario para caracterizar  $\mathbf{B}$ .

### 2.2.2. Modelo matemático

El campo generado por  $N$  bobinas alineadas axialmente se puede descomponer en la suma del campo generado por cada bobina independientemente gracias al principio de superposición, y a su vez, el campo generado por cada bobina se puede descomponer en la suma de los campos generados por las espiras de corriente que lo constituyen gracias a este mismo principio.

El campo generado por una espira circular de corriente  $J$  de radio  $R$  solo tiene una expresión analítica cuando se mide en el eje de la espira

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 J R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad B_r = 0 \quad (2.7)$$

Para puntos fuera del eje la componente  $B_r$  no es nula y no hay expresiones analíticas sencillas como la ec. 2.7 para  $B_z$  y  $B_r$ .

Una visión cualitativa del campo generado por dos bobinas en el plano  $r - z$  se muestra en la Figura 2.7, en concreto, las bobinas están separadas entre sí un radio de distancia, la conocida como configuración de Helmholtz que permite obtener un campo uniforme en el eje  $z$  en el espacio entre bobinas. Esta separación entre bobinas de, aproximadamente, un radio de longitud es la que tiene la SLPM.

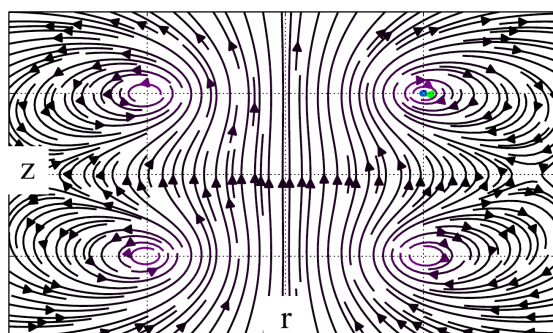


Figura 2.7: Esquema cualitativo del campo magnético en el plano  $r - z$  generado por dos bobinas en la configuración de Helmholtz [31].

Los métodos más utilizados para calcular el campo de un sistema de  $N$  bobinas alineadas axialmente son, por una parte, los armónicos zonales, y por otra, el método de las integrales elípticas. El método de los armónicos zonales fue desarrollado por Garrett en 1962 [32] presentando varias ventajas respecto a las integrales elípticas como la rapidez de cálculo para grandes volúmenes de puntos o como la descripción de la geometría del campo generado independiente del sistema generador, permitiendo escoger el punto fuente arbitrariamente en el eje de simetría. Para calcular los armónicos zonales distintos trabajos se han presentado [33] en los que se utilizan series infinitas para obtener el valor del campo en regiones remotas o centrales. Sin embargo, las expresiones no son sencillas y el ratio de convergencia de las series depende de la distancia al punto del campo y la fuente del campo.

La dificultad de las integrales elípticas reside en calcular con exactitud las integrales de primera y segunda clase. Para la obtención de  $\mathbf{B}$  en este trabajo se ha implementado un algoritmo Matlab basado en las ecuaciones obtenidas por C. G. Tapia y J. G. Damián [34] para el *Campo magnético generado por  $N$  bobinas alineadas axialmente* (2002) a través de las integrales elípticas de primera y segunda clase, adaptado a la configuración de las bobinas de la SLPM. Una breve descripción del proceso que han seguido para la obtención de las ecuaciones se detalla a continuación.

Las expresiones obtenidas se basan en calcular el potencial vectorial  $A_\theta$  en coordenadas cilíndricas para una espira de corriente en función de  $K_1$  y  $E_2$ , donde estas son las integrales elípticas de primera y segunda clase, respectivamente, definidas como [35]



$$K_1(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad E_2(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta \quad (2.8)$$

Donde  $k = k(r, z)$  se define como

$$k = \sqrt{\frac{4Rr}{(r + R)^2 + z^2}} \quad (2.9)$$

Una vez se obtiene el potencial vectorial, la expresión del campo se deriva inmediatamente a través de  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ . Para pasar del campo generado por una espira al campo generado por la  $n$ -ésima bobina es necesario especificar el número de espiras que están en una misma capa,  $L$ , y el número de capas apiladas unas encima de otras,  $M$ . Las  $L$  espiras de una misma capa  $M$  tendrán todas el mismo radio  $R_{nm}$  que dependerá de la capa en la que estén (cuanto más externa, mayor radio), pero estarán desplazadas en la coordenada  $z$  unas respecto a las otras debido a que tiene un cierto grosor por lo que las espiras de una misma capa estarán colocadas en la posición  $Z_{nl}$  (dependiendo de cuantas espiras hay en esa capa). Puesto que las secciones de las espiras tienen dimensiones rectangulares finitas, para especificar el radio  $R_{nm}$  y su posición  $Z_{nl}$  se pueden resumir en el centro del rectángulo, en espiras infinitamente delgadas. A partir del grosor del rectángulo en el eje radial  $d_m$  y del grosor en el eje axial  $d_l$  se tiene

$$R_{nm} = R_n + d_m(m - \frac{1}{2}) \quad (2.10)$$

$$Z_{nl} = Z_n + d_z(l - \frac{1}{2}) \quad (2.11)$$

Donde  $R_n$  es el radio interno de la  $n$ -ésima bobina, en este caso todas son iguales, por lo que es una constante,  $m$  corresponde a la  $m$ -ésima capa,  $Z_n$  la posición axial de la  $n$ -ésima bobina desde el extremo izquierdo, no desde su centro, y  $l$  corresponde a la  $l$ -ésima espira de una capa. Es debido a esta forma de caracterizar cada bobina que el origen de coordenadas para la SLPM se ha tomado desde el extremo izquierdo (exterior) de la bobina más cercana a la unión turnstile como se explicará más adelante.

Notar que los valores concretos y fijos se los denota con variables en mayúscula y sus correspondientes subíndices en minúscula se utiliza para recorrer cada posible valor de estas variables, así  $l = 1, 2, \dots, L$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$  y  $n = 1, 2, \dots, N$ .

Una vez dado el paso de una única espira a varias distribuidas en capas, cada espira queda descrita por los subíndices  $n, m, l$  en las ec. 2.10 y 2.11, por lo que la definición de la ec. 2.9 se reescribe como

$$k_{nml} = \sqrt{\frac{4R_{nm}r}{(r + R_{nm})^2 + (z - Z_{nl})^2}} \quad (2.12)$$

Es decir, la misma ecuación que antes pero particularizada para cada espira de corriente. Por lo tanto, las integrales elípticas de la ec. 2.8 dependen de  $K_1 = K_1(k_{nml})$  y



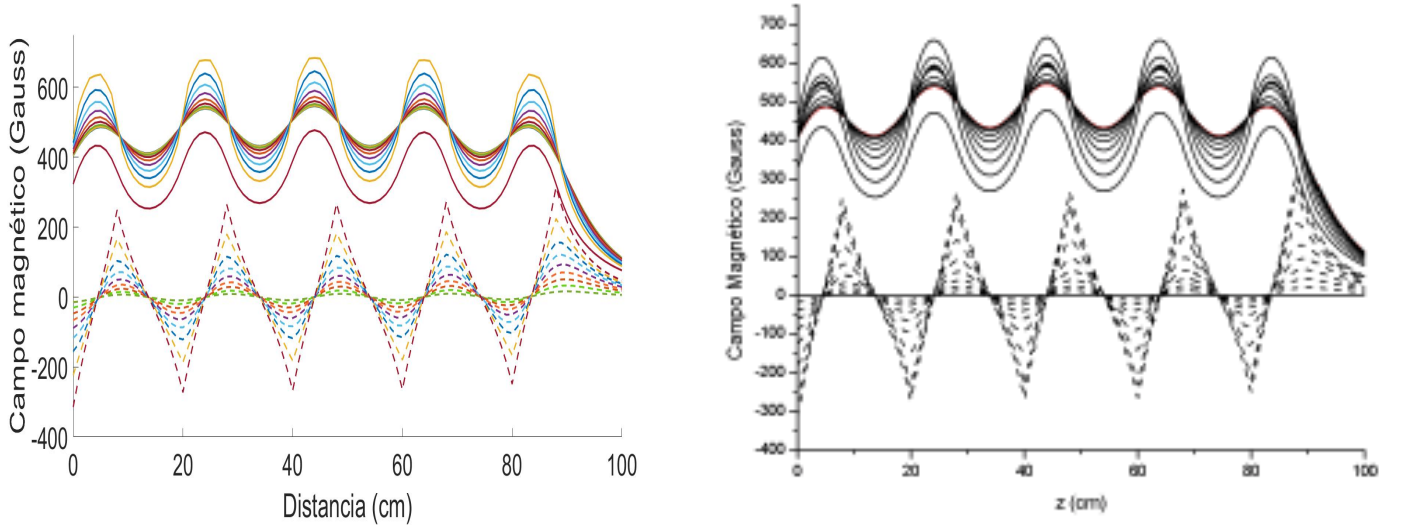


Figura 2.8: Comparación de las componentes  $B_z$  (líneas sólidas) y  $B_r$  (líneas discontinuas) del campo magnético (en Gauss) en función de la posición axial  $z$  (en cm) para distintas posiciones radiales  $r = 0 - 10$  cm. La figura de la izquierda se corresponde con los resultados del algoritmo desarrollado, la figura de la derecha se corresponde con los resultados obtenidos por C. G. Tapia y J. G. Damián (2002) [34]. Los cálculos se han realizado según la ec. 2.13 y ec. 2.14 para los parámetros:  $J = 20$  A;  $R_n = 8$  cm;  $N = 5$ ;  $L = 20$ ;  $M = 20$ ;  $Z_1 = 0$ ;  $Z_2 = 20$  cm;  $Z_3 = 40$  cm;  $Z_4 = 60$  cm;  $Z_5 = 80$  cm;  $d_m = d_l = 0,4$  cm.

$E_2 = E_2(k_{nml})$ . Las expresiones del campo magnético resultante son las siguientes [34]

$$B_z(r, z) = \frac{2\mu_0 J}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L \frac{1}{\sqrt{(r + R_{nm})^2 + (z - Z_{nl})^2}} \cdot \left[ K_1(k_{nml}) - \frac{(z - Z_{nl})^2 + r^2 - R_{nm}^2}{(r - R_{nm})^2 + (z - Z_{nl})^2} E_2(k_{nml}) \right] \quad (2.13)$$

$$B_r(r, z) = -\frac{2\mu_0 J}{4\pi r} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L \frac{z - Z_{nl}}{\sqrt{(r + R_{nm})^2 + (z - Z_{nl})^2}} \cdot \left[ K_1(k_{nml}) - \frac{(z - Z_{nl})^2 + r^2 + R_{nm}^2}{(r - R_{nm})^2 + (z - Z_{nl})^2} E_2(k_{nml}) \right] \quad (2.14)$$

Para comprobar la bondad del algoritmo programado se ha recreado la Figura 7 del trabajo Tapia y Damián [34], el resultado se recoge en la Figura 2.8, donde se muestran los valores con el programa creado (izquierda) comparados con los obtenidos en su trabajo (derecha) para las componentes  $B_z$  (líneas sólidas) y  $B_r$  (líneas discontinuas) para varias posiciones radiales entre  $r = 0$  y  $r = 10$  cm.

Para  $r \sim 0$  la componente  $B_z \sim 450$  Gauss se mantiene casi constante, conforme aumenta  $r$  las diferencias entre máximos y mínimos se acrecentan más, oscilando entre

300 y 600 Gauss. Los máximos se alcanzan justo cuando  $z$  coincide en los centros de las bobinas, los mínimos se alcanzan justo en mitad del espacio entre una bobina y otra. Para  $r \sim 0$  la componente  $B_r \sim 0$  como es de esperar, conforme aumenta  $r$  los valores extremos de  $B_r$  aumentan también.  $B_r$  alcanza sus valores máximos cuando  $B_z$  alcanza su valor medio, esto es, tomando la distancia entre los centros de dos bobinas, a  $1/4$  de esa distancia y a  $3/4$  sus valores mínimos.  $B_r$  se hace 0 en el centro de las bobinas, como se espera, y en los puntos medios entre bobina y bobina.

Los resultados obtenidos coinciden con los esperados, por lo que el programa se ejecuta correctamente. Sin embargo, sorprende el rizado del campo  $B_z(z)$  (las oscilaciones de este valor) que aumenta conforme se toman posiciones radiales más externas. Ambas figuras son cálculos numéricos, no experimentales, por lo que es necesario saber si las expresiones 2.13 y 2.14 se ajustan a las mediciones físicas antes de poder sacar conclusiones sobre el campo de la SLPM.

### 2.2.3. Maqueta de la SLPM

Para comprobar el efecto que tiene la distribución de las espiras en el campo y el rizado que genera, es decir, la geometría de las bobinas que viene determinada por  $R_{nm}$  y  $Z_{nl}$ , y comprobar si el modelo numérico implementado describe bien el campo medido, se ha creado una maqueta en miniatura. Para realizar el enrollamiento de  $N = 6$  bobinas se han tallado en madera 6 surcos de radio interior  $R_n = 18$  mm con una separación entre cada surco de  $Z_n - Z_{n-1} = 30$  mm, en los que se ha dispuesto cable de aluminio de sección circular  $d_m = d_z = 2,2$  mm de tal forma que en cada surco hubiese  $L = 2$  espiras por capa y  $M = 4$  capas.

En la Figura 2.9 se recogen los puntos experimentales que se han medido de  $B_z$  para

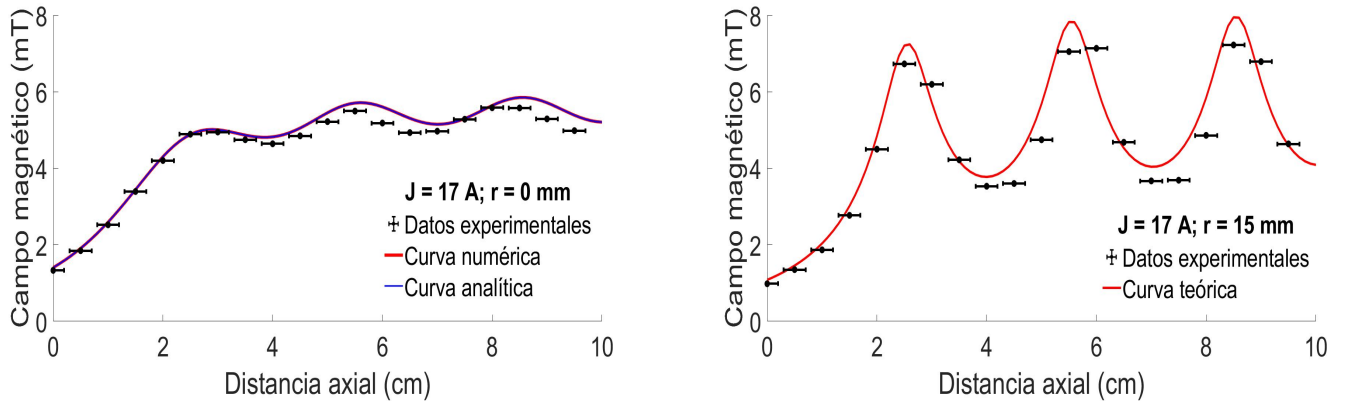


Figura 2.9: Comparación de  $B_z$  (mT) frente a  $z$  (cm) entre  $r = 0$  (izquierda) y  $r = 1,5$  cm (derecha). Los puntos (negro) corresponden a los datos experimentales medidos, la curva numérica (rojo) es obtenida a partir de ec. 2.13, en el caso de  $r = 0$  aparece solapada la curva analítica (azul) obtenida de ec. 2.7. Los parámetros utilizados son:  $J = 17$  A;  $R_n = 1,8$  cm;  $N = 6$ ;  $L = 2$ ;  $M = 4$ ;  $Z_1 = 2,325$ ;  $Z_2 = 5,325$  cm;  $Z_3 = 8,325$  cm;  $Z_4 = 11,325$  cm;  $Z_5 = 14,325$  cm;  $Z_6 = 17,325$  cm;  $d_m = d_l = 0,22$  cm.

una corriente  $J = 17$  A para dos posiciones radiales,  $r = 0$  (izquierda) y  $r = 15$  mm (derecha) comenzado las mediciones 23,25 mm alejados de la primera bobina, por lo que se toma como origen de coordenadas este punto. Aparece también la curva numérica (rojo) obtenida a partir de la ec. 2.13 para ambos  $r$ , además, puesto que  $B_z$  tiene expresión analítica en  $r = 0$  según la ec. 2.7 esta también se muestra (azul).

El error en la medición de  $B_z$  es de unos  $\pm 0,02$  mT por lo que apenas se aprecia en los gráficos, por contra, el mayor error proviene de la determinación en la posición, con un error de  $\pm 2$  mm ya que adquirir más resolución en distancias tan pequeñas resulta difícil, no obstante sigue siendo lo suficientemente pequeño comparado con la longitud de la maqueta. Por otra parte, para  $r = 0$  ambas curvas (roja y azul) se solapan totalmente, por lo que el modelo numérico proporciona resultados exactos para casos teóricos bien conocidos como el campo creado por una espira en el eje. Además, queda patente que para  $r \lesssim R_n$  el rizado del campo no es despreciable.

### 2.2.4. Dependencia temporal

Las distintas medidas del campo magnético se han realizado por fuera de la cámara de vacío, ya que los sistemas de diagnóstico y generación de plasma que componen la SLPM están sincronizados para operar conjuntamente cuando se realiza una descarga con plasma, entre ellos el campo magnético, lo que dificulta abrir la cámara de vacío y realizar medidas dentro. Por esta razón la comprobación a través de la Figura 2.9 de que para valores de  $r$  pequeños el modelo numérico describe bien el campo es tan importante, ya que a partir de él se inferirá la topología del campo en el interior de la cámara para la zona de trabajo de la sonda de Langmuir.

Todas las mediciones de campo magnético se realizan en función del tiempo durante los 8 segundos que dura la descarga, es decir, el valor del campo magnético que se utilice

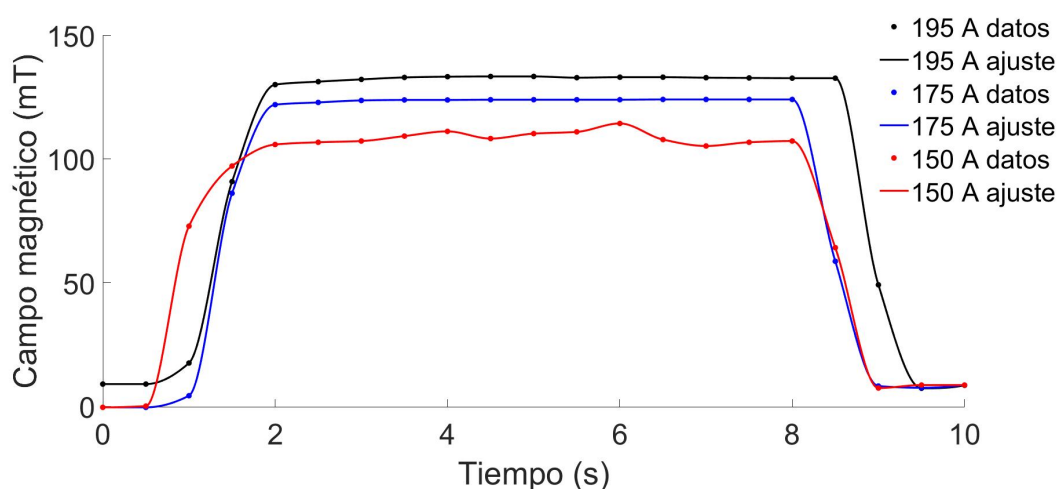


Figura 2.10: Campo magnético  $B_z$  (mT) en función del tiempo  $t$  (s) para 150 A (rojo), 175 A (azul) y 195 A (negro) en  $z = 48,4$  cm y  $r = 9,5$  cm. La interpolación entre los puntos experimentales se ha realizado con polinomios cúbicos de Hermite.

en el resto de dependencias será un promedio temporal del campo medido durante los 8 segundos, por lo que primeramente se debe analizar  $\mathbf{B}(t)$ .

Debido a la geometría del sistema, la componente radial del campo es difícil de medir aunque tiene valores pequeños para  $r \sim 0$  como se ve en 2.8 y se suele despreciar, por lo que se dirige la atención a determinar  $B_z$ .

Uno de los puntos más interesantes donde tomar medidas de  $B_z$  es en la posición axial donde está la sonda de Langmuir, tomando el sistema de referencias desde el borde (cara externa) de la bobina que está junto a la guía de ondas unión turnstile (ver Figura 2.1), la sonda de Langmuir está situada en medio de la cuarta y la quinta bobina, a  $z = 48,4$  cm del origen seleccionado. Las medidas del campo magnético se han realizado por fuera de la cámara de vacío a una distancia radial de  $r = 9,5$  cm del centro de la cámara. En la Figura 2.10 aparece el campo característico que se genera en la SLPM durante la descarga para 3 intensidades distintas.

En la Figura 2.10 se ve como  $B_z$  crece desde valores de fondo sin campo magnético cercanos a 0 mT hasta estabilizarse en una región estacionaria entre 100 y 140 mT dependiendo de la intensidad que atraviesa las bobinas para posteriormente volver a valores cercanos a 0-10 mT al desconectar el campo magnético. De forma general, se observa un tenue crecimiento de  $B_z$  en la región estacionaria (entre 2 y 8 segundos) de 5 mT a lo sumo, lo cual, comparado con la magnitud del campo generado es despreciable, por lo que se puede tomar como estacionario el campo generado.

### 2.2.5. Dependencia de la corriente

Una vez comprobado que el campo generado por las bobinas es estacionario, para dar un único valor del campo se han tomado los puntos  $B_z(t)$  de esta región estacionaria (entre esos 2 a 8 segundos) y se han extraído los valores medios y sus desviaciones estándar para un conjunto de intensidades  $J$  entre 150 A y 195 A. A partir de este momento todos los valores del campo que se den se han calculado de esta forma, con el promedio temporal de las medidas que se tomen, por simplicidad, se le seguirá denominando  $B_z$ . Con la sonda de efecto Hall para medir el campo en la misma posición  $(r, z)$ , la variación  $B_z(J)$  se puede ver en la Figura 2.11 con un ajuste lineal a los puntos (rojo) y la curva obtenida del modelo numérico (azul).

Las características de las bobinas de la SLPM se mencionaron al principio de esta sección, ahora se resumen aquí solo las necesarias para llevar a cabo la simulación de la Figura 2.11:  $J$  variable;  $R_n = 13$  cm;  $N = 6$ ;  $L = 4$ ;  $M = 21$ ;  $Z_1 = 0$ ;  $Z_2 = 13,4$  cm;  $Z_3 = 26,6$  cm;  $Z_4 = 39,7$  cm;  $Z_5 = 52,8$  cm;  $Z_6 = 65,9$  cm;  $d_m = 0,25$  cm;  $d_l = 1,1$  cm.

De forma general se espera que el campo aumente linealmente con la intensidad, de la Figura 2.11 se ha extraído un ajuste lineal a los puntos experimentales según

$$B_z = (0,56 \pm 0,09) \text{mT A}^{-1} \cdot I + (26 \pm 16) \text{mT} \quad (2.15)$$

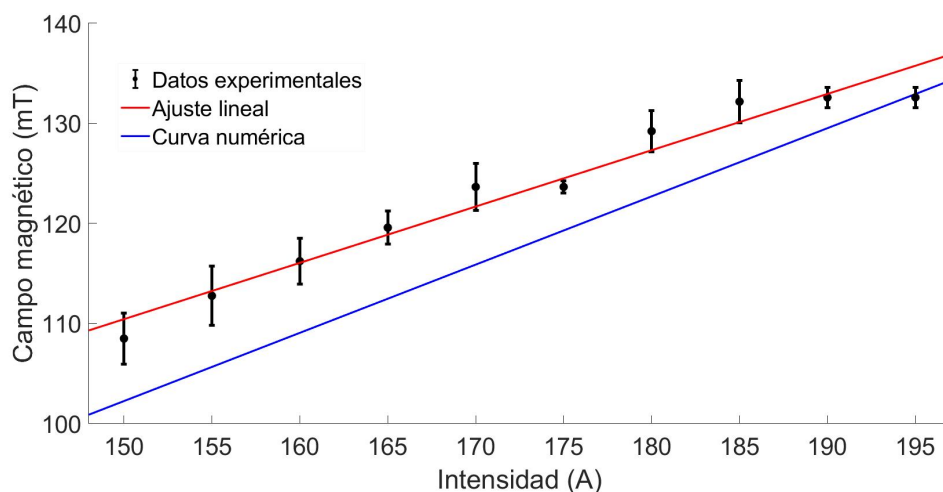


Figura 2.11: Campo magnético  $B_z$  (mT) en función de la intensidad  $J$  (A) a partir de los valores medidos medios de  $B_z(t)$  (negro) para la zona estacionaria en  $z = 48,4$  cm y  $r = 9,5$  cm. Se han ajustado los puntos a una recta (rojo) y se ha comparado con la recta obtenido numéricamente (azul). Los parámetros son:  $z = 48,4$  cm;  $r = 9,5$  cm;  $R_n = 13$  cm;  $N = 6$ ;  $L = 4$ ;  $M = 21$ ;  $Z_1 = 0$ ;  $Z_2 = 13,4$  cm;  $Z_3 = 26,6$  cm;  $Z_4 = 39,7$  cm;  $Z_5 = 52,8$  cm;  $Z_6 = 65,9$  cm;  $d_m = 0,25$  cm;  $d_l = 1,1$  cm.

La curva numérica proporciona una ecuación

$$B_z = 0,68 \text{mTA}^{-1} \cdot I \quad (2.16)$$

Las pendientes son muy similares aunque la ordenada en el origen no se hace 0 para el ajuste lineal como se espera, en general, los datos experimentales quedan  $\sim 10$  mT por encima de la curva numérica pero la forma y la tendencia de los datos las describe correctamente, estas diferencias en la magnitud es discutida en el Capítulo 4. De la Figura 2.11 se puede concluir que la fuente de alimentación suministra una intensidad de alta estabilidad y bajo rizado.

### 2.2.6. Dependencia axial

Para caracterizar  $B_z$  a lo largo del eje del cilindro se han tomado medidas de  $B_z(z)$  como aparece en la Figura 2.10 para diferentes valores de  $z$  para  $r = 9,5$  cm y  $J = 170$  A, y otra vez cuando alcanza su región constante se ha obtenido su valor medio y su desviación estándar. Los resultados se recogen en la Figura 2.12 donde se han superpuesto  $B_z(z)$  (rojo) y  $B_r(z)$  (azul) obtenidos numéricamente y se ha señalado  $z = 48,4$  cm el lugar donde está la sonda de Langmuir (línea discontinua vertical) por ser de especial interés.

Nuevamente los datos experimentales quedan  $\sim 10$  mT por encima de  $B_z$  numérico pero la forma y la tendencia de los datos las describe correctamente, a excepción del punto situado en  $z \approx 40$  cm que presenta un valor anómalamente alto,  $B_z \approx 165$  mT, respecto al resto, sobre todo teniendo en cuenta que  $B_z$  debe ser simétrico con el plano

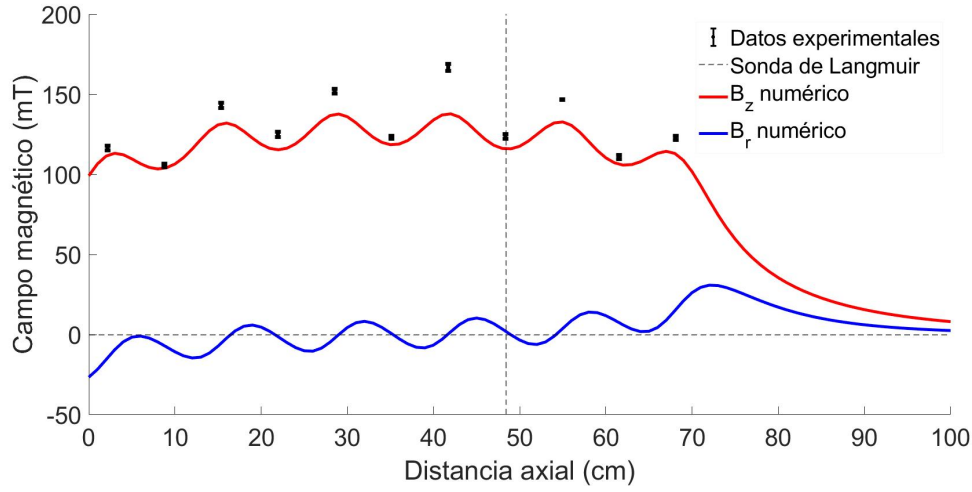


Figura 2.12: Campo magnético (mT) en función de la distancia axial  $z$  (cm). Se presentan los datos medidos de  $B_z$  (negro) junto con el cálculo numérico de  $B_z$  (rojo) y  $B_r$  (azul) para  $r = 9,5$  cm marcando la posición de la sonda de Langmuir  $z = 48,4$  (línea discontinua vertical). Los parámetros son:  $J = 170$  A;  $r = 9,5$  cm;  $R_n = 13$  cm;  $N = 6$ ;  $L = 4$ ;  $M = 21$ ;  $Z_1 = 0$ ;  $Z_2 = 13,4$  cm;  $Z_3 = 26,6$  cm;  $Z_4 = 39,7$  cm;  $Z_5 = 52,8$  cm;  $Z_6 = 65,9$  cm;  $d_m = 0,25$  cm;  $d_l = 1,1$  cm.

de simetría en medio de la tercera y cuarta bobinas, es decir, entorno a  $z \approx 35$  cm por lo que su punto simétrico es  $z \approx 30$  cm  $B_z \approx 150$  mT. Se puede ver además que por el posicionamiento de la sonda de Langmuir  $B_r \approx 0$  por lo que  $\mathbf{B}$  solo tiene componente  $B_z$ .

Las oscilaciones del rizado de  $B_z(z)$  no superan los 40 mT para  $r = 9,5$  cm, es decir, para un radio fuera de la cámara de vacío. La sonda de Langmuir puede llegar a tomar datos dentro de la cámara para  $r \lesssim 7,5$  cm que es el radio de la cámara, por lo que el rizado máximo no supera los 40 mT a lo sumo en esa zona. Además, debido a la distorsión del plasma debido al *sheath*, ya que este cambia sus propiedades locales como se ha explicado anteriormente, tampoco se mide para  $r \sim 7,5$  cm sino para valores más centrales. Es de esperar, como se ha comprobado en la Figura 2.9, que las amplitudes de las oscilaciones del rizado disminuyen conforme disminuye la posición radial en la que se mide, por ejemplo, para  $r = 6$  cm el rizado llega a los 7 mT, y para  $r = 3$  cm a los 4 mT, valores del orden del error de  $B_z$ . Por tanto para  $r$  pequeños se puede suponer que  $B_z$  es homogéneo en todo el eje.

### 2.2.7. Dependencia radial

Sin embargo, la sonda de Langmuir se mueve dentro del plasma recogiendo datos en la dirección radial, por lo que para analizar los datos suponiendo un campo homogéneo para todos los puntos se debe ver el perfil de  $B_z(r)$ . Puesto que no se han podido obtener punto dentro de la cámara de vacío, se ha utilizado la ec. 2.13 para inferir la dependencia  $B_z(r)$  en la Figura 2.13 para el lugar de la sonda de Langmuir  $Z = 48,4$  cm para 3 intensidades distintas.

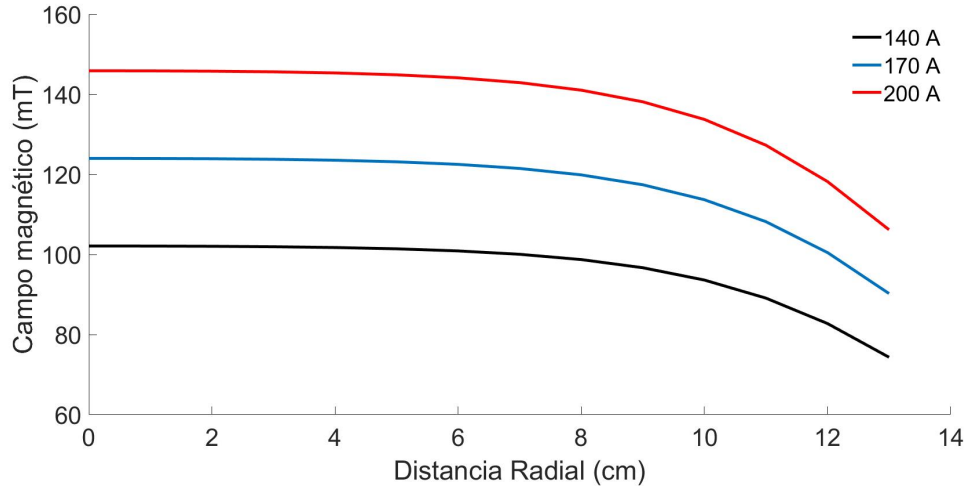


Figura 2.13: Campo magnético  $B_z$  (mT) en función de la distancia radial  $r$  (cm) para  $z = 48,4$  cm calculado numéricamente para 140 A (negro), 170 A (azul) y 200 A (rojo). Los parámetros son:  $R_n = 13$  cm;  $N = 6$ ;  $L = 4$ ;  $M = 21$ ;  $Z_1 = 0$ ;  $Z_2 = 13,4$  cm;  $Z_3 = 26,6$  cm;  $Z_4 = 39,7$  cm;  $Z_5 = 52,8$  cm;  $Z_6 = 65,9$  cm;  $d_m = 0,25$  cm;  $d_l = 1,1$  cm.

La variación de  $B_z$  en el centro del plasma hasta  $r = 6$  cm es  $B_z(r = 0) - B_z(r = 6\text{cm}) = 2$  mT, una variación del orden del error asociado a la medida de  $B_z$  por lo general, por tanto se puede tomar el campo  $B_z$  como homogéneo radialmente para valores de  $r$  pequeños, es decir, menores a  $r < 6$  cm. Este resultado es independiente de la intensidad que atraviesa las bobinas.

Por lo tanto, se concluye que la topología de  $\mathbf{B}$  en la SLPM se puede caracterizar con bastante precisión por las ec. 2.13 y 2.14 (el grado de precisión se discute en el Capítulo 4) separando  $\mathbf{B}$  en sus componentes, se tiene:  $B_z = cte$ ;  $B_r \approx 0$ ;  $B_\theta = 0$ ;  $\forall z \in [0, 100]$  cm;  $\forall r \in [0, 6]$  cm.

## Capítulo 3

# Estudio de las propiedades de correlación del flujo radial

Dentro de los distintos estudios que se realizan al plasma, el estudio de las propiedades del flujo en busca de correlaciones temporales pretende dar una descripción estadística de los comportamientos intermitentes<sup>1</sup> del plasma. Los trabajos realizados en tokamaks arrojan resultados como la presencia de correlaciones y memoria a largo plazo en el flujo de partículas [9] [10], en este apartado se pretende analizar el flujo de la SLPM en busca de esos mismos resultados y compararlos con los obtenidos en otros dispositivos.

El flujo de las partículas en el plasma está gobernado por los distintos campos a los que están sometidos las partículas, por lo que determinarlos y conocer cómo actúan sobre ellas es necesario para poder medir el flujo a través de los datos recogidos por los sistemas de diagnóstico.

Una partícula cargada del plasma tiene movimiento propio debido a su velocidad térmica  $\mathbf{v}$ , por lo que se desplaza en una trayectoria recta. Si esa partícula está sometida a un campo eléctrico  $\mathbf{E}$  y a un campo magnético  $\mathbf{B}$  externos, su ecuación del movimiento viene determinada por la fuerza de Lorentz como

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (3.1)$$

En el caso de que  $\mathbf{E} = 0$ , y tomando  $\mathbf{B}$  como el campo en el interior de la SLPM,  $\mathbf{B} = B_z \hat{z}$ , la partícula además de tener movimiento propio gira describiendo una circunferencia en el plano perpendicular a  $\mathbf{B}$  entorno a un punto llamado centro de guía (en ese punto se encontraría la partícula para  $\mathbf{B} = 0$ ) con una frecuencia  $\omega_c$  conocida como la frecuencia ciclotrón, este giro es conocido como giro de Larmor

$$\omega_c = \frac{|q|B_z}{m} \quad (3.2)$$

---

<sup>1</sup>Fenómenos de corta duración como avalanchas de flujo de partículas que no siguen ninguna regularidad en el tiempo.



El radio de la circunferencia definido como radio de Larmor,  $\rho_L$ , depende de la componente de  $\mathbf{v}$  perpendicular a  $\mathbf{B}$  como

$$\rho_L = \frac{v_\perp}{\omega_c} \quad (3.3)$$

De tal forma que la partícula describe dos movimientos, uno de traslación debido a  $\mathbf{v}$  y otro de rotación debido a  $\mathbf{B}$ , por lo que la partícula avanza por el plasma describiendo movimientos helicoidales entorno a su centro de guía. Si además  $\mathbf{E} \neq 0$ , el giro de Larmor se mantiene igual, pero el centro de guía sufre una deriva  $\mathbf{v}_E$  por el campo eléctrico [13]

$$\mathbf{v}_E = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (3.4)$$

Puesto que no hay ningún campo eléctrico externo en el plasma, el único campo eléctrico que afecta a las partículas es debido a los distintos potenciales dentro del plasma, es decir, debido al comportamiento colectivo de las partículas cargadas interactuando entre ellas, por lo que para determinar el transporte de partículas es necesario medir  $\mathbf{E}$ . Otras velocidades de deriva también afectan a las partículas, como la deriva diamagnética debida al gradiente de presión en el interior del plasma por el giro diamagnético de las partículas, pero suele tener menor impacto que la deriva  $\mathbf{v}_E$ .

Dado que la SLPM tiene simetría cilíndrica, todas las propiedades varían radialmente por lo que el transporte de las partículas viene dado por la componente radial de  $\mathbf{v}_E$ ,  $v_{E,r} = E_\theta/B_z$ , de esta forma el flujo radial se puede obtener como

$$\tilde{\Gamma} = \tilde{n}_e \frac{\tilde{E}_\theta}{B_z} = \tilde{n}_e \frac{\tilde{V}_2 - \tilde{V}_1}{r\epsilon B_z} \quad (3.5)$$

Donde  $\tilde{n}_e(r, \theta, t)$  es la densidad (local) para una posición radial y  $\tilde{V}_2(r, \theta + \epsilon/2, t)$  y  $\tilde{V}_1(r, \theta - \epsilon/2, t)$  son los valores del potencial flotante  $\tilde{V}_f$  para una misma posición radial y dos posiciones poloidales cercanas, responsables del campo eléctrico poloidal. La tilde en las cantidades se ha puesto para indicar explícitamente que son valores fluctuantes en el tiempo que se deben obtener a través de las medidas experimentales directa o indirectamente.

Para obtener las magnitudes de la ec. 3.5 se ha utilizado la triple sonda de Langmuir, ya se explicó en la sección 2.1.3 cómo obtener la densidad electrónica, resta explicar la disposición de los electrodos que miden el potencial flotante. Dos electrodos se utilizan para medir  $\tilde{V}_f$  en dos posiciones poloidales, uno desplazado  $-\epsilon/2$  y otro  $+\epsilon/2$  poloidalmente respecto al electrodo de saturación iónica. Conociendo el arco desde el centro del plasma que los separa, es decir,  $\epsilon$  (dado por la geometría del electrodo, ver Figura 2.4) y  $r$ , este campo poloidal  $\tilde{E}_\theta$  queda caracterizado.

El flujo obtenido a través de la ec. 2.5 a partir de la medición de  $\tilde{I}_{i,sat}$  no es necesariamente igual al flujo de partículas, sin embargo, medidas realizadas en la región SOL de dispositivos de confinamiento magnético como los tokamaks TJ-I [36] y TEXT [37] han mostrado que el flujo obtenido a partir de  $\tilde{I}_{i,sat}$  y  $\tilde{V}_f$  resulta una buena estimación.

La sonda de Langmuir ha tomado 10 medidas radialmente desde  $r = 1$  cm hasta  $r = 2,8$  cm (en pasos de 0,2 cm) para 10 descargas consecutivas, #1058 – #1067, (todas las descargas se guardan en una base de datos con todos los parámetros de las descargas asociados, se utiliza un identificador # de cuatro dígitos para identificarlas). A pesar de que la sonda de Langmuir puede tomar valores hasta  $r = 0$ , la propia sonda y los soportes distorsionan demasiado las propiedades del plasma por lo que no se han analizado medidas menores a  $r < 1$  cm.

Las descargas se han tomado para un plasma formado por helio bajo un campo magnético uniforme de  $B_z = 120$  mT, de esta forma el giro de Larmor para iones y electrones queda caracterizado como  $\omega_{c,i} = 0,4$  MHz,  $\omega_{c,e} = 3400$  MHz.

### 3.1. Flujo de la SLP

Las cantidades fluctuantes se han digitalizado a una frecuencia de muestreo de 1 MHz adquiriendo 200.000 puntos por canal, lo que se traduce en que los valores de  $\Gamma$  están separados entre sí 1  $\mu$ s, y las señales de flujo duran 0,2 segundos, estas señales se pueden ver en la Figura 3.1, donde aparecen los flujos (ya acondicionados) obtenidos con la ec. 3.5 a partir de los datos recogidos por la sonda de Langmuir para 3 posiciones radiales distintas, una interior  $r = 1$  cm, una intermedia  $r = 2$  cm, y otra exterior  $r = 2,8$  cm.

Las señales de flujo han sido acondicionadas para poder analizarlas y representarlas mejor, el análisis de este tipo de señales se enmarca en el análisis de señales temporales estacionarias discretas. Las señales de flujo recogidas son señales estocásticas estacionarias que además presentan un alto grado de turbulencia entorno a su valor medio, es decir, su valor cambia bruscamente, en este aspecto igual que el flujo en la región SOL de los dispositivos de fusión por confinamiento magnético.

Para analizar la señal primeramente se realiza una eliminación de derivas puesto que si la señal exhibe alguna tendencia ajena al plasma, esta no es estacionaria, para ello se realiza un ajuste lineal a la señal y se le sustrae ese valor a los puntos, aunque este punto apenas ha afectado a la forma de la señal. Puesto que lo que interesa en estas señales fluctuantes son sus variaciones entorno a la media, se suelen normalizar a la media o sustraer la media y normalizar a la desviación estándar. Para estos datos se ha optado por la segunda opción ya que es común y útil para comparar señales con distintas propiedades hacer que su desviación estándar sea 1, obteniendo flujos como los de la Figura 3.1, no obstante, ambas opciones, incluso opciones de normalización son válidas ya que todas conservan las características de las señales.

A pesar de que el flujo de la SLP oscila bruscamente entre valores positivos y negativos, es predominantemente el positivo al igual que en la región SOL de tokamaks como TEXT [8] y ASDEX [38]. Este fuerte comportamiento de las partículas que tienden hacia posiciones radiales mayores, es decir, a alejarse del centro, coincide con lo expuesto al inicio de la sección 1.4 debido al gradiente de densidad radial que apunta hacia el centro del plasma.

Para radios internos el flujo medio a través de la sonda es mayor (en valor abso-

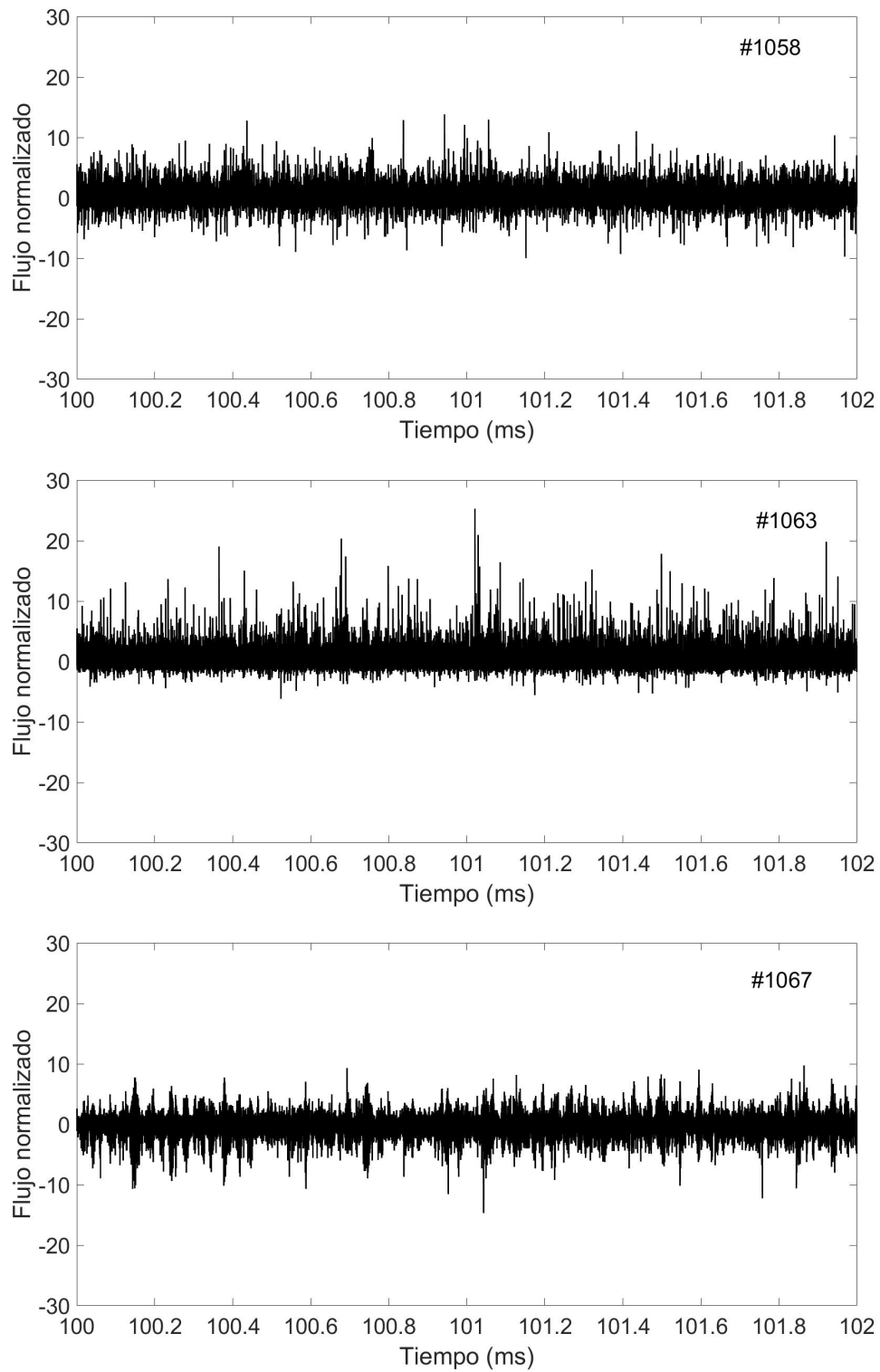


Figura 3.1: Flujo turbulento de partículas en la SLPM normalizado a la desviación estándar en función del tiempo (ms) para tres posiciones radiales,  $r = 1$  cm (#1058),  $r = 2$  cm (#1063) y  $r = 2,8$  cm (#1067).

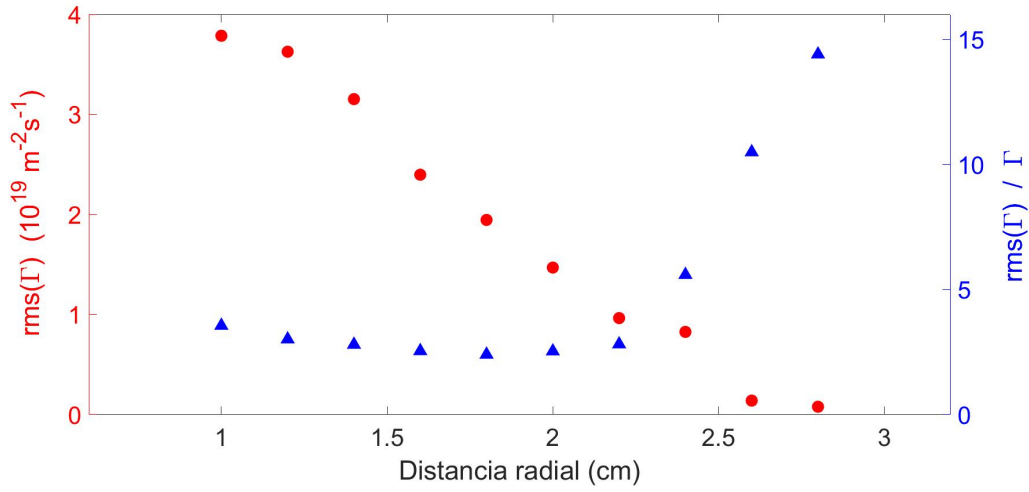


Figura 3.2: Representación de la rms del flujo (izquierda círculos rojos) y de la rms normalizada a la media en valor absoluto (derecha triángulos azules) para posiciones radiales entre  $r = 1 - 2,8$  cm.

luto también) que para radios externos,  $\Gamma(r = 1\text{cm}) \sim 10^{19} \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$ ,  $\Gamma(r = 2\text{cm}) \sim 6 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$ ,  $\Gamma(r = 2,8\text{cm}) \sim -10^{16} \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$ , donde se puede ver cómo el orden de magnitud para  $r = 2,8$  cm es tres veces menor que para  $r = 1$  cm, en comparación casi nulo.

El comportamiento de  $\Gamma$  queda reflejado en la Figura 3.2 donde se muestra el valor  $\text{rms}^2$  del flujo (eje izquierdo, en rojo) que da una idea de la magnitud de  $\Gamma$ , y el rms normalizado al valor absoluto de la media (eje derecho, azul) que da una idea de su magnitud relativa. Se comprueba como la magnitud de  $\Gamma$  cae conforme aumenta  $r$  mientras que la rms relativa tiene un comportamiento distinto, primero disminuye ligeramente entre  $r = 1$  cm y  $r = 2$  cm, para luego aumentar conforme crece  $r$  debido a que el flujo medio decrece muy rápido.

## 3.2. Autocorrelación

Un análisis estadístico típico en las señales temporales para extraer información de ellas es la autocorrelación. De forma general se define la correlación cruzada  $R_{XY}$  entre dos señales temporales estacionarias con media 0 (como las analizadas en la Figura 3.1)  $X(t)$  e  $Y(t)$  como [39]

$$R_{XY}(\tau) = E[X(t)Y(t + \tau)] \quad (3.6)$$

Donde  $\tau$  representa el tiempo de desfase entre una señal y la otra para un  $t$  determinado y  $E$  representa el valor medio o valor esperado de la señal.  $R_{XY}$  es solo función del desfase entre señales, independiente de  $t$ , además se suele dar el valor normalizado, por lo que  $R_{XY} \in [-1, 1]$ . En concreto cuando las señales son la misma,  $X(t) = Y(t)$  se

<sup>2</sup>Del inglés, root mean square.

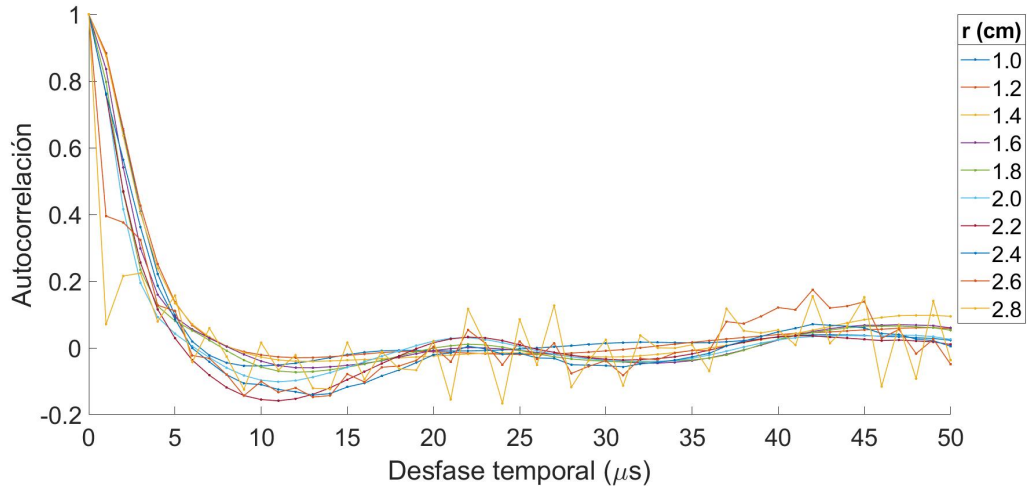


Figura 3.3: Función de autocorrelación  $R_{\Gamma\Gamma}$  en función del desfase temporal  $\tau$  para varias posiciones radiales entre  $r = 1 - 2,8$  cm.

habla de autocorrelación, en el caso estudiado, aplicando la autocorrelación al flujo  $\Gamma(t)$  en la ec. 3.6 queda

$$R_{\Gamma\Gamma}(\tau) = E[\Gamma(t)\Gamma(t + \tau)] \quad (3.7)$$

Aplicando la ec. 3.7 a los 10 flujos adquiridos se obtiene la Figura 3.3. Intuitivamente la autocorrelación se puede ver como la comparación de una señal con una copia de sí misma al desfasarla un tiempo  $\tau$  respecto a la original, tomando valor 1 cuando existe una perfecta correlación, es decir, las dos señales comparadas (la original y la desfasada) son exactamente idénticas en cada punto, y  $-1$  cuando existe una perfecta anticorrelación.

El análisis de la autocorrelación es una potente herramienta para detectar patrones repetidos como señales periódicas que quedan ocultas por el ruido. De forma genérica, las señales de autocorrelación tienen una forma característica, cuando  $\tau = 0 \Rightarrow R_{XX} = 1$  como no puede ser de otra forma, ya que es la propia señal superpuesta consigo misma, en cuanto  $\tau \neq 0 \Rightarrow R_{XX} < 1$ , y cuando el tiempo de desfase se hace demasiado grande,  $\tau \rightarrow \infty \Rightarrow R_{XX} \rightarrow 0$ . Este siempre será el perfil de una señal estacionaria puesto que no hay componentes deterministas en la señal que introduzcan derivas en la media [40].

Las autocorrelaciones  $R_{\Gamma\Gamma}$  obtenidas en la Figura 3.3 muestran todas estas características, puesto que las funciones son simétricas respecto al origen solo se han representado para  $\tau$  positivos ya que los negativos no aportan nueva información. Puesto que las señales son discretas con los puntos tomados cada  $1 \mu s$  se ha tomado como un tiempo de desfase un  $\mu s$ .

Se puede ver como todas las  $R_{\Gamma\Gamma}$  cortan al eje X a la vez, a una anchura de  $\tau_d \approx 5 - 8 \mu s$ , por lo que no parece haber ninguna dependencia en  $r$ , donde  $\tau_d$  se tratará como el tiempo de descorrelación. Para valores  $\tau > \tau_d$  las funciones de autocorrelación oscilan entorno a 0, es decir, han perdido la correlación consigo mismas, de

forma intuitiva, tras un tiempo  $\tau_d$  “ya no se parecen a como eran antes”, ya no hay correlación.

Además se muestra un comportamiento similar en todas las colas, con una ligera correlación positiva,  $R_{\Gamma\Gamma} \approx 0,03$ , entre  $20 \mu s < \tau < 25 \mu s$  y una segunda correlación positiva,  $R_{\Gamma\Gamma} \approx 0,06$ , el doble de intensa entre  $45 \mu s < \tau < 50 \mu s$ . Por tanto, de este análisis se puede extraer que las señales presentan correlación de corta duración para tiempos inferiores a  $\tau_d$ , además se intuye la existencia de alguna señal periódica en el flujo.

### 3.3. Exponente de Hurst

Para analizar con mayor detalle si hay presentes correlaciones a largo plazo (LRD)<sup>3</sup> se suele utilizar como indicador el exponente de Hurst,  $H$ , nombrado así en honor a su precursor que lo utilizó en trabajos sobre hidrodinámica [41].

El exponente está acotado para valores entre  $0 \leq H \leq 1$  y su significado depende del valor que tome [42]. Un valor del exponente entre  $0 \leq H < 0,5$  indica una serie temporal con una autocorrelación negativa, con valores cambiantes que se van alternando entre valores altos y bajos para puntos consecutivos, es decir, si un punto de la serie toma un valor alto, el siguiente punto tendrá un valor bajo seguramente, por lo que la serie es anti-persistente a largo plazo.

Un valor entre  $0,5 < H \leq 1$  indica una serie temporal con autocorrelación positiva, con valores que siguen una misma tendencia para puntos consecutivos, es decir, si un punto de la serie tiene un valor alto, el siguiente punto tendrá un valor alto seguramente, por lo que la serie es persistente a largo plazo y muestra un comportamiento determinista. Una rápida inspección visual a la Figura 3.1 deja ver que  $H$  estará lejos de 1 en este caso.

Un valor de  $H = 0,5$  implica una serie temporal completamente descorrelacionada, es decir, una autocorrelación entorno a 0 como la que muestra la Figura 3.3 para  $t \gg \tau_d$ , que muestra un comportamiento aleatorio.

#### 3.3.1. Método $R/S$

Para calcular el exponente de Hurst un gran número de estimadores de largo alcance han sido propuestos en la literatura científica, el más antiguo y robusto de cara a simulaciones estadísticas es el llamado método de rango reescalado ( $R/S$ ) propuesto por Mandelbrot y Wallis [43] basándose en el trabajo realizado por Hurst. Se define como sigue: dada una serie temporal discreta con media 0 (o habiéndole sustraído la media) de  $N$  puntos,  $X = \{X_i\}$  con  $i = 1, 2, \dots, N$  se define su suma parcial hasta el  $n$ -ésimo punto,  $Y(n)$ , y la varianza de esta suma parcial,  $S^2(n)$ , como

<sup>3</sup>Del inglés, Long Range Dependence, aunque en la literatura científica también aparece como long-term memory.

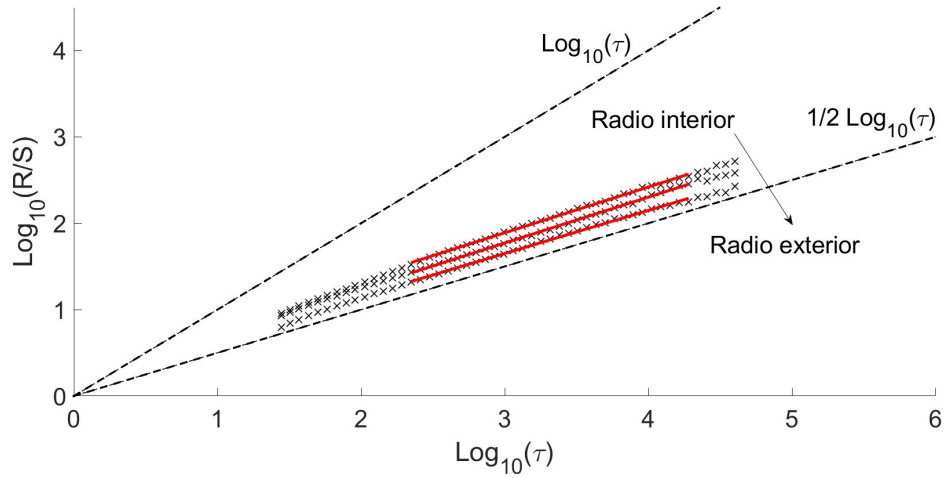


Figura 3.4: Análisis del exponente de Hurst por el método  $R/S$  para  $r = 1$  cm,  $r = 2$  cm y  $r = 2,8$  cm. Las rectas de ajuste solo se han realizado a los puntos marcados.

$$Y(n) = \sum_{i=1}^n X_i \quad S^2(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{1}{n^2} Y^2(n) \quad (3.8)$$

Se calcular el rango  $R(n)$  de la serie para el  $n$ -ésimo punto escogido

$$R(n) = \max_{0 \leq m \leq n} \left( Y(m) - \frac{m}{n} Y(n) \right) - \min_{0 \leq m \leq n} \left( Y(m) - \frac{m}{n} Y(n) \right) \quad (3.9)$$

Y se reescala dividiendo el rango entre la desviación estándar obteniendo  $R(n)/S(n)$ . Idealmente este cálculo se realiza para todos los  $n \in [1, N]$  y la representación de  $R/S$  frente a  $n$  se puede ajustar por una ley de potencias  $n^H$ . En la práctica, cuanto mayor es el número de puntos  $N$  mejor es el análisis pero conlleva un mayor tiempo de computación debido a los sucesivos bucles que hay que realizar para obtener todas las sumas parciales, por lo que el conjunto de  $N$  datos se divide en varios bloques, se escogen  $n$  logarítmicamente espaciados para cada bloque, se obtienen los respectivos  $R/S$  y se crea una gráfica en escala doblemente logarítmica de  $\log(R/S)$  frente a  $\log(n)$  cuya pendiente es  $H$ . Este método lo ha implementado Chu Chen [44] y de él se ha obtenido la Figura 3.4.

Este método ha sido utilizado para analizar los distintos flujos radiales. En este caso, puesto que la distancia entre un punto y otro corresponde a un desfase temporal  $\tau$ , el  $n$ -ésimo punto corresponde al  $\tau$ -ésimo desfase temporal, en otras palabras, el método  $R/S$  aplicado a los flujos medidos se interpreta con las ecuaciones anteriores simplemente sustituyendo  $n$  por  $\tau$ , de esta forma se ha obtenido la Figura 3.4 para los tres flujos radiales que aparecen en la Figura 3.1.

En la figura se han superpuesto los resultados obtenidos para  $r = 1$  cm,  $r = 2$  cm y  $r = 2,8$  cm con las rectas de ajuste (rojo) a los puntos seleccionados. Como es costumbre en estos análisis, no se ha realizado el ajuste para valores pequeños de  $\tau \sim \tau_d$  puesto que todas las series muestran autocorrelación a corto plazo por lo que el análisis de las

correlaciones a largo plazo se verían enmascaradas, no obstante se aprecia una correlación lineal con la misma pendiente para todos los tramos representados (para todas las cruces negras) desde  $\tau = 30 \mu s$  hasta  $\tau = 40000 \mu s$ .

Para poder observar la pendiente se han representado dos rectas. La primera recta con pendiente 1, cuyo comportamiento se corresponde con un proceso determinista,  $R/S \sim \tau$ , y una recta de pendiente 1/2, cuyo comportamiento se corresponde con un proceso estocástico,  $R/S \sim \tau^{1/2}$ , como se ha mencionado anteriormente. De la Figura 3.4 se puede concluir que para  $\tau > 30 \mu s > \tau_d$ , una vez  $\Gamma$  ha perdido la correlación inicial, el flujo sigue un proceso estocástico sin presentar correlaciones a largo plazo.

El análisis  $R/S$  realizado a todos los flujos se representa en la Figura 3.5 una vez obtenido el valor de  $H$  a través de la pendiente para cada  $r$  (cuadrados negros). Para verificar la bondad del método  $R/S$  se han empleado otros dos métodos para obtener  $H$  para cada  $r$ , el método de varianza agregada (círculos rojos) y el método de residuos de regresión (triángulos azules). A continuación se da una breve explicación de ambos métodos sin entrar en profundidad tanto como con el método  $R/S$ .

### 3.3.2. Método de varianza agregada

El método de varianza agregada se basa en la propiedad de la varianza de decaer exponencialmente para cualquier proceso de agregación en señales aleatorias (en las que se supone una señal ruidosa gaussiana). Se define como sigue [45]: Dada una serie temporal de  $N$  puntos,  $X = \{X_i\}$  con  $i = 1, 2, \dots, N$ , esta se divide en  $k$  bloques, todos de tamaño  $m$ , es decir,  $k = 1, 2, \dots, N/m$ , y se realiza la media de cada bloque, estas son consideradas las series agregadas

$$X^{(m)}(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=(k-1)m+1}^{km} X(i) \quad (3.10)$$

Donde  $X^{(m)}(k)$  representa el valor medio del  $k$ -ésimo bloque de tamaño  $m$ , donde  $m$  es fijo y  $k = 1, 2, \dots, N/m$  como ya se ha dicho. Intuitivamente este proceso se puede ver como bajar la resolución de la serie al cortarla en varios trozos para resumir cada trozo por su valor medio (sin compartir puntos entre dos trozos consecutivos). La varianza de  $X^{(m)}(k)$  cumple una ley de potencias respecto a la varianza de la serie  $X$  como se ha mencionado al principio, esta ley es

$$Var X^m \sim Var X m^\beta \quad \text{conforme } m \rightarrow \infty \quad (3.11)$$

Donde  $\beta \leq 0$  cumple  $\beta = 2H - 2$ . De tal forma que hallando la varianza de  $X^{(m)}$  para varios valores de  $m$  logarítmicamente equiespaciados, representándolo en escala doblemente logarítmica, y ajustando los puntos por una recta otra vez se puede obtener  $\beta$ , es decir,  $H$ . Hay que tener en consideración que la ec. 3.11 obtiene resultados más precisos cuanto mayor es el tamaño de los bloques, pero se debe cumplir que  $m \ll N$ . La expresión de la varianza de la serie agregada 3.10 queda



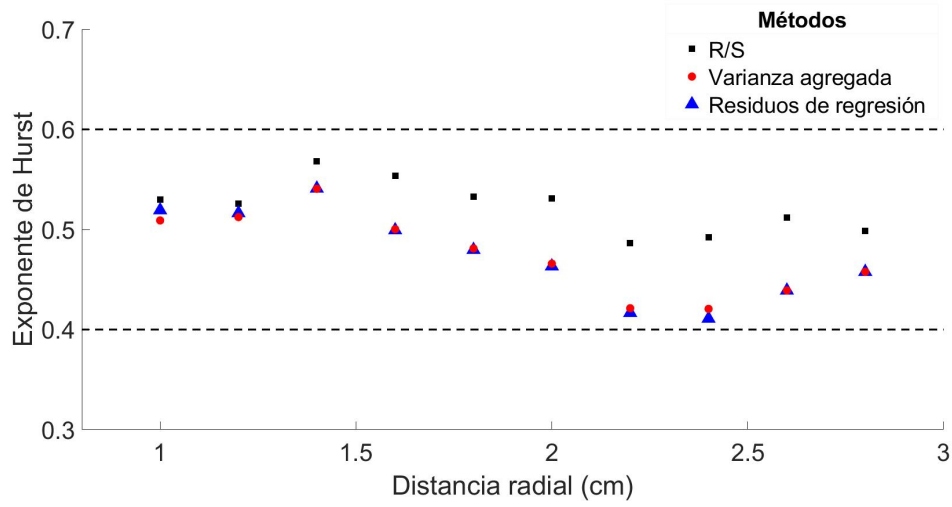


Figura 3.5: Comparación del exponente de Hurst obtenido para las posiciones radiales utilizando 3 métodos de análisis distintos, el  $R/S$  (cuadrados negros), la varianza agregada (círculos rojos) y los residuos de regresión (triángulos azules).

$$Var X^{(m)} = \frac{1}{N/m} \sum_{k=1}^{N/m} \left( X^{(m)}(k) \right)^2 - \left( \frac{1}{N/m} \sum_{k=1}^{N/m} X^{(m)}(k) \right)^2 \quad (3.12)$$

El resultado de la implementación de este método [44] para obtener  $H$  para las distintas posiciones radiales se muestra en la Figura 3.5 (círculos rojos). Aunque los valores entre el método  $R/S$  y este solo sean prácticamente idénticos para los dos primeros radios, para los sucesivos la discrepancia máxima entre los dos métodos es solo de 0,07. Además los resultados arrojados por la varianza agregada siguen la misma tendencia que los del método  $R/S$ , ligeramente mayores entorno a  $r = 1,5$  cm, disminuyen ligeramente hasta  $r = 2,2$  cm y vuelven a aumentar ligeramente.

### 3.3.3. Método de residuos de regresión

El último método utilizado para analizar el exponente de Hurst es el método de residuos de regresión. Este método ha sido utilizado por Peng et al. (1994) [46] y tiene algunos conceptos similares a los anteriores. Se define como sigue: Dada una serie temporal de  $N$  puntos,  $X = \{X_i\}$  con  $i = 1, 2, \dots, N$ , esta se divide en  $k$  bloques, todos de tamaño  $m$ , es decir,  $k = 1, 2, \dots, N/m$ . Se define dentro de cada bloque la suma parcial hasta el  $i$ -ésimo punto  $Y(i)$  con  $i = 1, 2, \dots, m$ . Se realizan todas las sumas parciales dentro de un mismo bloque, se ajusta una recta por mínimos cuadrado a los valores de  $Y(i)$  frente a  $i$ , y se computa la varianza de los residuos.

Este procedimiento se realiza para cada bloque y de las varianzas resultantes se saca su promedio. Puesto que todos los bloques tienen el mismo tamaño, el proceso realizado es equivalente a calcular la varianza de  $X$ . Nuevamente, si este proceso se realiza para  $m$  equiespaciados logarítmicamente y se representan los valores obtenidos frente a  $m$  en escala logarítmica, se obtiene una recta de pendiente  $2H$ . La ley de potencias para esta

relación entre varianzas va como  $\sim m^{2H}$  solo si  $m$  es lo suficientemente grande, al igual que en el método de varianza agregada.

Los resultados de  $H$  obtenidos a través de la implementación [44] se representan en la Figura 3.5 (triángulos azules). Se puede ver como los coeficientes de Hurst calculados por este método solapan en casi todas las posiciones radiales con los obtenidos por el método de varianza agregada. De forma general, los valores de  $H$  también siguen la misma tendencia que los del método  $R/S$ , donde la mayor discrepancia es de 0,08. Como conclusión de los 3 métodos, todos arrojan resultados similares para  $H$  siempre dando valores entre  $0,4 < H < 0,6$  independientemente de  $r$ , por lo que se puede concluir que el sistema se comporta estocásticamente a largo plazo.

### 3.4. Espectro de potencias

La última herramienta empleada para buscar correlaciones en series temporales es el espectro de potencias. En teoría de señales, los espectros están asociados con la transformada de Fourier. En el caso de señales deterministas, los espectros representan una función como superposición de exponenciales [47]. Para señales temporales aleatorias discretas, su espectro de potencias  $P(f)$  se define a través de la transformada de Fourier discreta en el tiempo de su autocorrelación [48], en este caso como

$$P(f) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R_{\Gamma\Gamma}(\tau) e^{-if\tau} \quad (3.13)$$

Actualmente se emplean algoritmos de cálculo rápido para obtener el espectro de potencias como la transformada rápida de Fourier. Obtener el espectro de potencias no es más que descomponer la serie temporal en las distintas frecuencias que lo conforman atendiendo a sus respectivas intensidades. De forma general, un espectro puede ser dividido por regiones en las que sigue una ley de potencias  $P(f) \propto f^{-\alpha}$ .

Dependiendo del valor de  $\alpha$  la región corresponde con unos u otros eventos teniendo lugar aunque se han encontrado comportamientos universales [49]. La región de bajas frecuencias con  $\alpha = 0$  corresponde a grandes eventos puntuales y catastróficos en los que se ha liberado mucha energía a una escala que ocupa todo el sistema. Hay que recordar que  $f = 1/\tau$  por lo que estos eventos ocurren para tiempos muy grandes. Para  $0 < \alpha < 1$  la zona se asocia a la existencia de correlaciones a largo plazo. Por último, para  $\alpha > 2$  la región típicamente corresponde a grandes frecuencias, es decir, eventos que ocurren en un corto periodo de tiempo y por ello a pequeña escala en zonas locales.

En la Figura 3.6 se muestra el espectro de potencias para las señales del flujo (izquierda) y de la corriente de saturación iónica (derecha) correspondientes a las señales 3 señales representativas mostradas en la Figura 3.1, es decir, para  $r = 1$  cm (#1058) un radio interno,  $r = 2$  cm (#1063) un radio intermedio y  $r = 2,8$  cm (#1067) un radio externo. Además se muestra la frecuencia correspondiente al tiempo de decorrelación  $f_d = 1/\tau_d = 1,7 \cdot 10^5$  Hz (línea roja discontinua). Otras dos frecuencias aparecen señaladas también como  $f_1 \approx 25 \cdot 10^3$  Hz y  $f_2 \approx 48 \cdot 10^3$  Hz, señalizan los dos picos que se

intuyen en los espectros de los flujos. Debido a que no se distinguen claramente cobra sentido realizar el espectro de potencias de  $I_{i,sat}$  ya que está directamente ligado con el flujo de partículas puesto que  $I_{i,sat} \propto n_e$  por lo que el análisis de correlaciones con él es válido también.

Antes de analizar el origen de los picos y esa zona ( $f_1 < f < f_2$ ), en el espectro de los flujos de la Figura 3.6 se pueden distinguir varias regiones en los espectros. Para  $f > f_d$  los datos se pueden ajustar por una ley de potencias con  $2 < \alpha < 4$ , este es el resultado típico para la zona de altas frecuencias correspondiente a tiempos muy cortos menores que  $\tau_d$ . Cuanto menor es  $r$  más rápido decae  $P$  por lo que mayor es  $\alpha$ , para los radios más internos e intermedios  $P(f) \sim f^{-3}$  ó  $P(f) \sim f^{-4}$ , para los más externos,  $P(f) \sim f^{-2}$ . Para frecuencias  $f < f_d$  las variaciones de la potencia son prácticamente nulas, por lo que  $\alpha = 0$ , encajando con la región de para tiempos grandes vista antes.

Para la región  $f_2 < f < f_d$  no existe una única ley de potencias a la que ajustar los datos, sino que otra vez se ve una dependencia en  $r$ , cuanto más cercano al centro del cilindro, más pronunciada es la pendiente al igual que para  $f > f_d$ . Sin embargo, para  $r = 1$  cm y  $r = 2$  cm se aprecia el cambio de pendiente, para los radios más externos no, es decir, para  $r$  altos el espectro de potencias se puede resumir para bajas frecuencias  $f < f_1$  en una parte plana  $P(f) \sim f^0$  y el resto de frecuencias  $f_2 < f$  con un comportamiento  $P(f) \sim f^{-2}$ . Mientras, para las posiciones de  $r$  centrales no se observa ningún valor de  $\alpha$  que ajuste bien a los datos. Para las posiciones de  $r$  intermedias el exponente es cercano a  $\alpha \sim 1$ .

Como se ha dicho al principio de la sección, un valor entre  $0 < \alpha < 1$  puede indicar algún tipo de correlación, aunque esta posibilidad se descarta al solo presentarse para unos pocos valores de  $r$  y entrar en contradicción con el análisis del exponente de Hurst. Además, viendo que la tendencia de  $\alpha$  es decrecer conforme se mide en posiciones más externas de  $r$ ,  $P(f) \sim f^{-1}$  puede deberse a una mera transición sin valor estadístico.

Por otra parte, en todos los espectros aparecen dos picos para  $f_1 \approx 25 \cdot 10^3$  Hz y  $f_2 \approx 48 \cdot 10^3$  Hz que se corresponden con  $\tau_1 = 1/f_1 \approx 40 \mu s$  y  $\tau_2 = 1/f_2 \approx 21 \mu s$ . Estos son los tiempos de desfase para los que se observó una ligera correlación positiva en la Figura 3.3, a partir de este análisis se puede inferir el origen de esas correlaciones positivas.

Los valores de  $f_1$  y  $f_2$  son consistentes con el valor esperado de la frecuencia debido a la deriva  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  del centro de guía, cuya velocidad aparece en la ec. 3.4. El campo eléctrico radial usual en la SLPm varía entre  $E_r = 400 - 500$  V/m [50], manteniéndose aproximadamente constante para los rangos de  $r$  entre los que se ha medido, teniendo en cuenta que el campo magnético es uniforme  $B_z = 120$  mT = 0,12 Vs/m se obtienen frecuencias de deriva,  $f_E$ , del orden de  $f_E \sim 20 - 60 \cdot 10^3$  Hz, las cuales coinciden con las frecuencias de los picos observados.

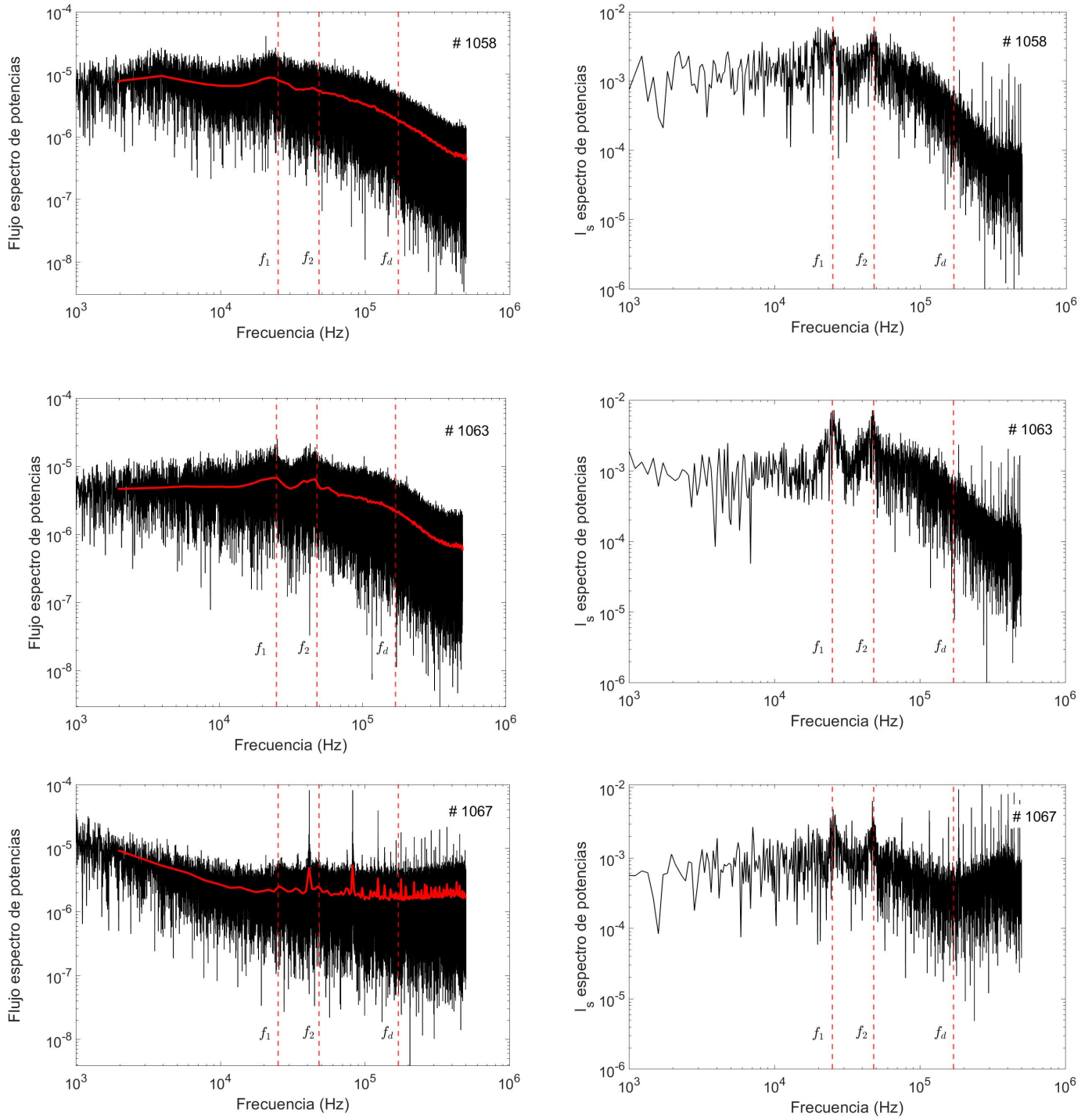


Figura 3.6: Espectro de potencias  $P(f)$  del flujo (izquierda) y de la corriente de saturación (derecha) para distintas posiciones radiales representativas, una interior  $r = 1$  cm (#1058), una intermedia  $r = 2$  cm (#1063) y una exterior  $r = 2.8$  cm (#1067). Se han marcado la frecuencia de decorrelación ( $f_d$ ), y dos picos del espectro ( $f_1$ ,  $f_2$ ) (líneas rojas discontinuas).

## Capítulo 4

# Conclusiones

La energía nuclear de fusión se ha mostrado como una de las favoritas para su uso comercial en las próximas décadas. Conocer los mecanismos que subyacen en el transporte de las partículas del plasma en la región SOL de reactores por confinamiento magnético como los tokamaks se ha tornado de vital importancia para poder confinar el combustible y reducir las pérdidas energéticas. En este contexto se enmarca el trabajo presente. Por una parte se ha caracterizado la máquina lineal de plasma SLPM, tanto su funcionamiento y métodos de diagnosis como el campo magnético al que está sometido el plasma. A partir de esta caracterización se han analizado los flujos de las descargas #1058 – #1067 en busca de correlaciones y fenómenos como memoria a largo plazo.

A continuación se exponen las principales conclusiones extraídas.

Las propiedades del plasma han sido obtenidas mediante sondas de Langmuir, método también utilizados en los tokamaks. El espectrómetro óptico no ha sido utilizado para caracterizar el plasma, sin embargo, el desarrollo de los modelos semi-empíricos CRM para plasmas de argón (uno de los gases de los que dispone la SLPM) abre una línea de investigación futura a través de la que se puede caracterizar al plasma por su espectro óptico de emisión, y así obtener medidas complementarias de sus magnitudes básicas.

Puesto que el flujo de partículas obtenidas a través de la sonda de Langmuir viene determinado por el campo magnético al que están sometidas, se ha obtenido la topología del campo a través de la implementación de un programa basado en las integrales elípticas de primer y segunda clase. Los resultados que arroja el programa se han contrastado ampliamente tanto con artículos (ver Figura 2.8) como una maqueta de las bobinas de la SLPM (ver Figura 2.9). No obstante este método presenta cierta discrepancia para intensidades mayores a 50 A, como son las usadas en la SLPM.

De los resultados destaca que el campo  $B_z(z)$  dentro de las bobinas, tanto en la maqueta como en la SLPM no es homogéneo en  $z$ , tiene un rizado cuya magnitud se acentúa conforme  $r$  aumenta, mientras  $B_z(r)$  permanece prácticamente homogéneo hasta  $r < 6$ . Para los datos recabados con la sonda de Langmuir, es decir, a lo largo del radio para un  $z = cte$ ,  $B_z$  permanece constante en todo el radio de la cámara.

En las medidas de  $B_z$  realizadas en la SLPM destaca que el valor del campo magnético generado aumenta ligeramente en el tiempo en la Figura 2.10, exhibe una tendencia positiva, de unos  $\sim 3-5$  mT, pero es despreciable comparado con la magnitud del campo, que dependiendo de la intensidad aplicada se puede obtener  $B_z \sim 100-160$  mT. También

se puede ver cómo al desconectar el campo magnético (a partir de los 9 segundos) aún se recoge un campo de 10 mT cuando en el momento previo a las descargas era de 0, esta pequeña magnetización remanente, junto con las pequeñas discrepancias de las integrales elípticas para  $J > 50$  A, pueden ser la fuente de que los valores experimentales estén por encima del valor obtenido numéricamente.

Aun así, el programa caracteriza correctamente la topología del campo  $\mathbf{B} = B_z \hat{\mathbf{z}}$ , aunque queda como trabajo futuro contrastar el campo  $\mathbf{B}$  obtenido mediante las series convergentes del método de armónicos zonales, así como tomar valores tanto de  $B_r$  como de  $B_z$  dentro de la cámara de vacío para confirmar los resultados numéricos.

A partir de los datos recogidos por la sonda de Langmuir se han recabado el potencial poloidal fluctuante y la corriente de saturación iónica fluctuante, y junto con el valor de  $\mathbf{B} = B_z \hat{\mathbf{z}}$  hallado se ha obtenido el flujo radial de partículas  $\Gamma$  para radios entre  $r = 1 - 2,8$  cm.

Las distintas señales se han acondicionado quitándolas la tendencia, sustrayendo la media y normalizando a la desviación estándar, aunque otros acondicionamientos análogos se pueden realizar como una normalización a la media, o un mejor filtrado a través de un filtro paso alto para atenuar las frecuencias bajas.

A través de la obtención de la autocorrelación, el exponente de Hurst y el espectro de potencias de las señales se puede concluir que las dinámicas de transporte del plasma son distintas a aquellas en las máquinas de fusión confinantes, resultado que es respaldado por otras máquinas similares con plasmas no confinados y poco ionizados como NAGDIS-II o Thorello con plasmas fríos del orden de  $T_e \sim \text{eV}$  [51]. Además, otras investigaciones en la SLPM arrojan los mismos resultados [17] [50].

Para tiempos mayores que el tiempo de decorrelación no se han encontrado correlaciones a largo plazo. La función de autocorrelación muestra el perfil característico asociado a procesos estocásticos decayendo hasta prácticamente 0 en unas decenas de  $\tau$ . Destaca que todas las funciones mostradas tienen el mismo perfil y el mismo comportamiento independientemente de  $r$ , en concreto, dos ligeras correlaciones positivas entorno a  $\tau \sim 21 \mu\text{s}$  y  $\tau \sim 40 \mu\text{s}$ .

La explicación a estas correlaciones se ha encontrado en los espectros de potencias de  $\Gamma$  y de  $I_{i,sat}$ , en los que aparecen dos picos,  $f_1 \sim 1/21\mu\text{s}$  y  $f_2 \sim 1/40\mu\text{s}$ , su origen reside en un flujo poloidal de partículas debido a la deriva  $\mathbf{v}_E$ . A pesar de que los perfiles de los espectros de potencias varían en función de  $r$ , las zonas que tienen una relación  $P(f) \sim f^{-1}$  no parecen tener relevancia estadística que indique algún tipo de proceso no difusivo. Esta afirmación queda contrastada por el resultado obtenido para el exponente de Hurst,  $0,4 < H < 0,6$ , mediante 3 métodos distintos, entre ellos el método  $R/S$ , estadísticamente robusto y fiable. Los 3 métodos seleccionados son los que aportan resultados más precisos a la hora de estimar  $H$  [45]. Otros métodos como el propuesto por Higuchi (1988) [52] se pueden utilizar para aportar más robustez al análisis. A su vez incrementar el número de puntos tomados más allá de 200.000 permitiría obtener resultados más precisos para los métodos usados.

# Bibliografía

- [1] Bp. bp Statistical Review of World Energy 2020. Technical report, jun 2020.
- [2] Alinka Lépine-Szily and Pierre Descouvemont. Nuclear astrophysics: Nucleosynthesis in the Universe. *International Journal of Astrobiology*, 11(4):243–250, oct 2012.
- [3] Yevhen Zayachuk. *Deuterium Retention in Tungsten and Tungsten-Tantalum Alloys under High Flux Plasma Exposure ('Deuteriumretentie in wolfraam en wolfraam-tantaallegeringen onder blootstelling aan een hoge plasmaflux')*. PhD thesis, 2013.
- [4] Raad H. Majeed and Osamah N. Oudah. Reaching to a featured formula to deduce the energy of the heaviest particles producing from the controlled thermonuclear fusion reactions. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 1003. Institute of Physics Publishing, may 2018.
- [5] Kenro Miyamoto. *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion*. Springer, 2005.
- [6] R. G. Mills. Lawson criteria. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 18(4):205–207, 1971.
- [7] J. A. Wesson. *Tokamaks 3rd Edition*. Tercera ed edition, 2005.
- [8] A. J. Wootton, B. A. Carreras, H. Matsumoto, K. McGuire, W. A. Peebles, Ch P. Ritz, P. W. Terry, and S. J. Zweben. Fluctuations and anomalous transport in tokamaks. *Physics of Fluids B*, 2(12):2879–2903, sep 1990.
- [9] B. A. Carreras, B. van Milligen, M. A. Pedrosa, R. Balbín, C. Hidalgo, D. E. Newman, E. Sánchez, M. Frances, I. García-Cortés, J. Bleuel, M. Endler, S. Davies, and G. F. Matthews. Long-Range Time Correlations in Plasma Edge Turbulence. *Physical Review Letters*, 80(20):4438–4441, may 1998.
- [10] B. A. Carreras, B. Van Milligen, C. Hidalgo, R. Balbin, E. Sanchez, I. Garcia-Cortes, M. A. Pedrosa, J. Bleuel, and M. Endler. Self-similarity properties of the probability distribution function of turbulence-induced particle fluxes at the plasma edge. *Physical Review Letters*, 83(18):3653–3656, jan 1999.
- [11] European Fusion Development Agreement. Limiters and Divertors — EFDA.
- [12] C. Hidalgo, B. Gonçalves, M. A. Pedrosa, J. Castellano, K. Erents, A. L. Fraguas, M. Hron, J. A. Jiménez, G. F. Matthews, B. Van Milligen, and C. Silva. Empirical similarity in the probability density function of turbulent transport in the edge plasma region in fusion plasmas. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 44(8):1557–1564, 2002.

- [13] Francis F. Chen. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion Volume 1: Plasma Physics, Second Edition*. 1984.
- [14] A A Harms, K F Schoepf, G H Miley, and D R Kingdon. *Principles of Fusion Energy: An Introduction to Fusion Energy for Students of Science and Engineering*. World Scientific, 2002.
- [15] Daniel V. Schroeder. *An Introduction to Thermal Physics*. 2021.
- [16] Agilent Technologies. TPS-compact Model 969-8229 User Manual. Technical report, 2012.
- [17] Omar Fernando Castellanos Ballesteros. *Estudio de la turbulencia de un plasma linealmente magnetizado*. Tesis doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, jun 2007.
- [18] George L Ragan. *Microwave transmission circuits*. McGraw-Hill book company, primera ed edition, 1948.
- [19] K. P. Zetie, S. F. Adams, and R. M. Tocknell. How does a Mach-Zehnder interferometer work? *Physics Education*, 35(1), 2000.
- [20] Michael A. Lieberman and Allan J. Lichtenberg. *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing: Second Edition*. Segunda ed edition, 2005.
- [21] H. M. Mott-Smith and Irving Langmuir. The theory of collectors in gaseous discharges. *Physical Review*, 28(4), 1926.
- [22] Dr. Gurusharan Singh Gogna. *Study of Resonance Hairpin Probe for Electron Density Measurements in Low Temperature Plasmas*. PhD thesis, 2012.
- [23] J. Ledig, E. Faudot, J. Moritz, S. Heurax, N. Lemoine, and M. Usoltceva. Experimental and theoretical study of bumped characteristics obtained with cylindrical Langmuir probe in magnetized helium plasma. *Plasma Sources Science and Technology*, 29(3):035007, feb 2020.
- [24] Sin Li Chen and T. Sekiguchi. Instantaneous direct-display system of plasma parameters by means of triple probe. *Journal of Applied Physics*, 36(8), 1965.
- [25] Stanford Research Systems. Operating Manual and Programming Reference Models RGA100, RGA200, and RGA300 Residual Gas Analyzer. Technical report, 2009.
- [26] Andor Technology. SR-303i Users Guide. Technical report, 2008.
- [27] Xi Ming Zhu and Yi Kang Pu. A simple collisional-radiative model for low-pressure argon discharges. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 40(8), 2007.
- [28] K. Kano, M. Suzuki, and H. Akatsuka. Spectroscopic measurement of electron temperature and density in argon plasmas based on collisional-radiative model. *Plasma Sources Science and Technology*, 9(3), 2000.
- [29] K J McCarthy, A Sola, E Anabitarte, N Bordel, J Cotrino, C Gómez-Aleixandre, F J Gordillo Vázquez, S Mar, R Martínez, G Rodríguez Prieto, I Tanarro, and J Trujillo Bueno. Desarrollo de diagnósticos para plasmas: catalizador de nueva física. *Física de Plasmas*, (Plasma physics):25–39, dec 2013.



- [30] O. F. Castellanos, E. Anabitarte, J. M. Senties, C. Hidalgo, and M. A. Pedrosa. Parallel flows and turbulence in a linear plasma machine. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 47(11), 2005.
- [31] Ronald Hurtado-Velasco and Jesus Gonzalez-Llorente. Simulation of the magnetic field generated by square shape Helmholtz coils. *Applied Mathematical Modelling*, 40(23-24):9835–9847, dec 2016.
- [32] M.W. Garrett. COMPUTER PROGRAMS USING ZONAL HARMONICS FOR MAGNETIC PROPERTIES OF CURRENT SYSTEMS WITH SPECIAL REFERENCE TO THE IBM 7090. Technical report, Oak Ridge National Laboratory (ORNL), Oak Ridge, TN (United States), dec 1962.
- [33] F. Glück. Axisymmetric magnetic field calculation with zonal harmonic expansion. *Progress In Electromagnetics Research B*, (32), 2011.
- [34] César Gutiérrez Tapia and Javier González Damián. Campo magnético generado por N bobinas alineadas axialmente. *Ciencia Ergo Sum*, 9(3), 2002.
- [35] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, Alan Jeffrey, Y. V. Geronimus, M. Y. Tseytlin, and Y. C. Fung. Table of Integrals, Series, and Products. *Journal of Biomechanical Engineering*, 103(1), 1981.
- [36] C. Hidalgo, R. Balbín, M. A. Pedrosa, I. García-Cortés, and M. A. Ochando. Experimental evidence of significant temperature fluctuations in the plasma edge region of the TJ-I tokamak. *Physical Review Letters*, 69(8):1205–1208, aug 1992.
- [37] H. Lin, Roger D. Bengtson, and Ch P. Ritz. Temperature fluctuations and transport in a tokamak edge plasma. *Physics of Fluids B*, 1(10):2027–2030, jun 1989.
- [38] M. Endler, H. Niedermeyer, L. Giannone, E. Kolzhauer, A. Rudyj, G. Theimer, and N. Tsois. Measurements and modelling of electrostatic fluctuations in the scrape-off layer of ASDEX. *Nuclear Fusion*, 35(11):1307–1339, nov 1995.
- [39] Julius S. Bendat and Allan G. Piersol. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures: Fourth Edition*. 2012.
- [40] Patrick F. Dunn and Michael P. Davis. *Measurement and data analysis for engineering and science, fourth edition*. 2017.
- [41] H. E. Hurst. Long-Term Storage Capacity of Reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116(1), 1951.
- [42] Timothy Graves, Robert Gramacy, Nicholas Watkins, and Christian Franzke. A brief history of long memory: Hurst, Mandelbrot and the road to ARFIMA, 1951-1980. *Entropy*, 19(9), sep 2017.
- [43] Benoit B. Mandelbrot and James R. Wallis. Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long run statistical dependence. *Water Resources Research*, 5(5):967–988, oct 1969.
- [44] Chu Chen. Hurst parameter estimate, 2021.

- [45] MURAD S. TAQQU, VADIM TEVEROVSKY, and WALTER WILLINGER. ESTIMATORS FOR LONG-RANGE DEPENDENCE: AN EMPIRICAL STUDY. *Fractals*, 03(04), 1995.
- [46] C. K. Peng, S. V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H. E. Stanley, and A. L. Goldberger. Mosaic organization of DNA nucleotides. *Physical Review E*, 49(2), 1994.
- [47] A Papoulis and Unnikrishna Pillai. *Probability, random variables and stochastic processes*. McGraw-Hill, 4th edition, 2001.
- [48] Petre Stoica and Randolph Moses. Spectral Analysis of Signals. *Prentice Hall*, 2005.
- [49] R. Sánchez, D. E. Newman, and B. A. Carreras. Mixed SOC diffusive dynamics as a paradigm for transport in fusion devices. *Nuclear Fusion*, 41(3):247–256, mar 2001.
- [50] J. A. Mier, R. Sánchez, D. E. Newman, O. F. Castellanos, E. Anabitarte, J. M. Senties, and B. Ph Van Milligen. Characterization of radial turbulent fluxes in the Santander linear plasma machine. *Physics of Plasmas*, 21(5), 2014.
- [51] V. P. Budaev, S. Takamura, N. Ohno, and S. Masuzaki. Superdiffusion and multifractal statistics of edge plasma turbulence in fusion devices. In *Nuclear Fusion*, volume 46, page S181. IOP Publishing, apr 2006.
- [52] T. Higuchi. Approach to an irregular time series on the basis of the fractal theory. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 31(2), 1988.